УДК 512.54

Пащенко З.Д., Ткаченко Ю.Є.

[1] *доцент кафедри алгебри, СДПУ*

[2] *студентка 5 курсу фізико-математичного факультету, СДПУ*

e-mail:

САГАЙДАКИ ГОРЕНШТЕЙНОВИХ $(0;1)$-ПОРЯДКІВ

Тема даної роботи відноситься до структурної теорії кілець. Розглядаються горенштейнові напівмаксимальні $(0;1)$-кільця. Побудовано сагайдаки кілець $H_3(\Theta)$ і $B_6(\Theta)$.

Ключові слова: *горенштейнові напівмаксимальні $(0;1)$-кільця, матриця показників, сагайдаки.*

Вступ

Поняття горенштейнового кільця виникло в алгебраїчній геометрії у зв'язку з вивченням особливостей алгебраїчних кривих. Такі кільця мають складну будову і мало вивчались. Вони розглядаються як напівдосконалі ньотерові справа напівпервинні кільця, у яких кільце ендоморфізмів кожного нерозкладного проективного модуля є дискретно нормованим кільцем. Такі кільця можна задавати матрицею показників. Саме для цих кілець В.В. Кириченко одержав дуже зручний критерій горенштейновості.

В наш час горенштейнові порядки знаходять нові застосування при вивченні алгебраїчних інваріантів графів. Все частіше зустрічаються вони і в різноманітних дослідженнях проблем комп'ютерної алгебри.

Основна частина

Відомо, що будь-яке зведене горенштейнове напівмаксимальне $(0,1)$-кільце ізоморфне кільцю $H_s(\Theta)$ або кільцю $B_{2s}(\Theta)$; де кільця $B_{2s}(\Theta)$ і $H_s(\Theta)$ мають такі матриці показників:

$$\varepsilon(H_s(\Theta)) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\varepsilon(B) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Важливу роль при описі структури кілець відіграють їх сагайдаки. Поняття сагайдаку визначається через поняття радикалу Джекобсона R та нерозкладних проективних модулів. Для його побудови зручно користуватися матрицею суміжності кільця.

Знайдемо сагайдаки кілець $H_3(\Theta)$ та $B_6(\Theta)$.

Якщо $\Lambda = H_3(\Theta)$, то матриця показників його радикалу Джекобсона R має вид

$$\varepsilon(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

а матриця показників R^2

$$\varepsilon(R^2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Звідки

$$Q(\Lambda) = \varepsilon(R^2) - \varepsilon(R) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

За матрицею $Q(\Lambda)$ одержуємо сагайдак кільця $H_3(\Theta)$

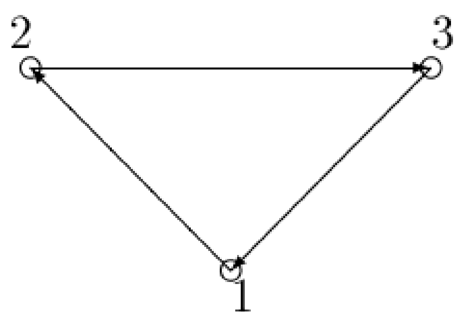

Рис. 1: Сагайдак кільця $H_3(\Theta)$

Якщо $\Lambda = B_6(\Theta)$, то матриці показників радикалу Джекобсона R кільця Λ та його квадрату мають вигляд:

$$\varepsilon(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon(R^2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Звідки

$$Q(\Lambda) = \varepsilon(R^2) - \varepsilon(R) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тоді сагайдак кільця $B_6(\Theta)$ має вид:

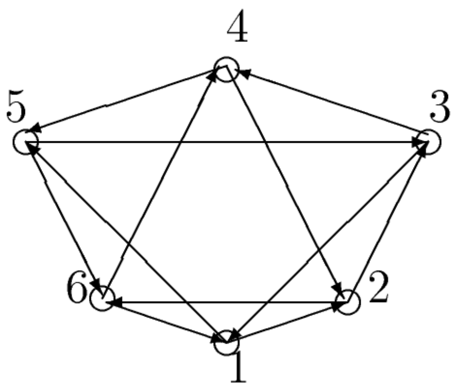

Рис. 2: Сагайдак кільця $B_6(\Theta)$.

Література

[1] *Кириченко В.В.* Кольца и модули. — Киев: КГУ. — 1981. — 64с.

[2] *Кириченко В.В., Самир Валио, Яременко Ю.В.* Полусовершенные кольца и их колчаны // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры. — Киев.: Институт математики НАН Украины. — 1993. — С. 438–456.