

¹ кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри методики навчання математики та методики навчання інформатики, ДВНЗ «ДДПУ»

² студентка 1 курсу (магістратура) факультету початкової, технологічної та професійної освіти, ДВНЗ «ДДПУ»

e-mail: kaydannv@gmail.com, kivalaris95@gmail.com

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ MATHCAD ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ПРАКТИЧНОГО СПРЯМУВАННЯ

У статті обговорюються особливості системи комп'ютерної математики MathCAD при розв'язанні задач лінійного програмування практичного спрямування. Наводиться загальна характеристика системи комп'ютерної математики MathCAD. Представлено розв'язки задачі, що відноситься до класу задач оптимального управління.

Ключові слова: *MathCAD, задачі лінійного програмування, системи комп'ютерної математики.*

Вступ

Сьогоденний стан розвитку суспільства вимагає від її членів бути більш інформованими, мобільними, вміти творчо і критично розмірковувати, а значить і більш вмотивованими до саморозвитку та самонавчання. Особистісна орієнтація освіти, впровадження освітніх інновацій, інформаційно-комунікаційних технологій, ґрунтовне використання окремих компонентів комп'ютерно-орієнтованих систем навчання у поєднанні з традиційними методами, формами та засобами навчання студентів, створення сучасних засобів навчання та виховання, забезпечення ними навчальних закладів є пріоритетними напрямками в навчально-виховному процесі. У контексті навчання інформатичних дисциплін важливою запорукою реалізації цієї освітньої парадигми є фундаменталізація навчання. Як інноваційна педагогічна технологія можуть бути використані системи комп'ютерної математики (СКМ), оскільки вони є середовищем для проектування та використання програмних засобів підтримки навчання фундаментальних дисциплін. [3], [4]

Проблема застосування в навчальному процесі комп'ютерних технологій та інформаційного методичного забезпечення ретельно досліджується

вітчизняними й зарубіжними науковцями та методистами. Зокрема, питання впровадження комп'ютерних освітніх технологій розглядали у своїх роботах М. Жалдак, С. Рибак, В. Клочко, Ю. Рамський, М. Львов та інші дослідники. Поширення набувають різноманітні засоби комп'ютерної математики, зокрема програмні, які, на думку М. Жалдака, доцільно умовно поділити на дві великі групи: програмне забезпечення навчально-дослідницького призначення та програмне забезпечення науково-дослідницького призначення.[2]

Основна частина.

Характерною тенденцією в побудові сучасних систем управління є прагнення здобувати системи, які є найкращими. При цьому завдання управління зводяться до знаходження найкращого з безлічі можливих процесів, тобто відносяться до класу задач оптимального управління.

У багатьох випадках реалізація процесу управління вимагає витрат певних ресурсів: витрат часу, витрати матеріалів, палива, електроенергії. Отже, при виборі способу управління слід говорити не тільки про те, чи досягається поставлена мета, але й про те, які ресурси доведеться затратити для досягнення цієї мети. В цьому випадку задача управління полягає в тому, щоб з безлічі розв'язків, що забезпечують досягнення мети, вибрати один, який вимагає найменшої витрати ресурсів.

В деяких випадках підставою для переваги одного способу управління над іншими виступають вимоги, які накладаються на систему управління: вартість обслуговування, надійність, ступінь близькості одержуваного стану системи до необхідного, ступінь достовірності знань і т. п. Математичний вираз, що дає кількісну оцінку ступеня виконання накладених на спосіб управління вимог, називається, критерієм якості управління. Найбільш кращим або оптимальним способом управління буде такий, при якому критерій якості управління досягає мінімального (іноді максимального) значення.

Різні види завдань оптимального управління відрізняються один від одного способом і послідовністю виконання цих операцій. Для однокрокових завдань не розглядають методи реалізації ухваленого рішення, тобто визначаються не величина й характер керуючого впливу, а безпосередньо значення змінної стану системи, яке забезпечує найкраще досягнення мети управління. В однокрокових завданнях критерій якості зазвичай називають цільовою функцією або функцією виграшу (функцією втрат). Методи розв'язування однокрокової задачі називаються методами математичного програмування.

Таким чином математичне програмування являє собою не аналітичну, а числову форму розв'язку, тобто не дає формулу, що виражає кінцевий резуль-

тат, а вказує лише обчислювальну процедуру, яка призводить до розв'язку завдання. Тому методи математичного програмування ефективні лише при використанні комп'ютера.[5]

Задачі лінійного програмування є найпростішим випадком задач математичного програмування. Задача лінійного програмування полягає в наступному:

Дана система m лінійно незалежних рівнянь з n невідомими, x_1, x_2, \dots, x_n називаються системою обмежень задачі лінійного програмування:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ &\dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \tag{1}$$

де $b_i \geq 0$, $i = 1, \dots, m$.

Характерною особливістю даної задачі є те, що число рівнянь менше числа невідомих, тобто $m < n$. Потрібно знайти невід'ємні значення змінних ($x_i \geq 0$, $i = 1, \dots, n$), які задовольняють рівнянням (1) і звертають до мінімуму (максимуму) критерій оптимальності, який в даному випадку називають цільовою функцією.

$$q = c_1x_1 + \dots + c_nx_n \tag{2}$$

У зв'язку з цим справедливо очікувати можливості вирішення завдань лінійного програмування системами комп'ютерної математики. Вони являють собою спеціалізовані програмні пакети для розв'язування математичних завдань різного характеру. До числа найбільш популярних СКМ належать пакети Maxima, Matlab, Mathematica, Maple, MathCAD.

Розглянемо систему комп'ютерної математики MathCAD, яка орієнтована на побудову інтерактивних документів для проведення розрахунків з візуалізованим супроводом. У MathCAD є вбудована мова програмування. Це мова більш високого рівня, ніж Бейсік і Паскаль, вона дозволяє виробляти об'єктно-орієнтовані програми. Для чисельного розв'язку задач пошуку локального мінімуму або максимуму в MathCAD представлені вбудовані функції — Minner, Minimize і Maximize.[1]

На нашу думку розв'язування задач лінійного програмування, що мають практичне спрямування, є найпростішим засобом вивчення можливостей програмування СКМ MathCAD. Розглянемо розв'язок задачі, що відноситься до класу задач оптимального управління.

Умова: Для підтримки нормальної життєдіяльності людині необхідно споживати в день не менше 118 г білків, 56 г жирів, 500 г вуглеводів, 8 г мінеральних солей. Ці поживні речовини містяться в різних кількостях у різних харчових продуктах. У таблиці наведено кількість поживних речовин в різних продуктах і ціна цих продуктів за 1 кг. Необхідно скласти денний раціон, який містить мінімальну добову норму поживних речовин при мінімальній їх вартості.

Поживні речовини	Продукти						
	М'ясо	Риба	Молоко	Масло	Сир	Крупа	Картопля
Білки	180	190	30	10	260	130	21
Жири	20	3	40	865	310	310	2
Вуглеводи	–	–	50	6	20	650	200
Мінеральні солі	9	10	7	12	60	20	10
Ціна грн/кг	100	50	10	120	160	20	6

Розв'язання. Це завдання на знаходження оптимального рішення. Опишемо задачу математично.

Позначивши через x_1 – кількість м'яса, x_2 – кількість риби, x_3 – кількість молока, x_4 – кількість масла, x_5 – кількість сиру, x_6 – кількість крупи, x_7 – кількість картоплі, споживаних людиною в день, можемо скласти рівняння загальної вартості F харчування у день:

$$F = 100x_1 + 50x_2 + 10x_3 + 120x_4 + 160x_5 + 20x_6 + 6x_7$$

Нам потрібно знайти мінімум F .

Сумарна кількість білків у раціоні людини має бути не менше 118 г. Звідси

$$180x_1 + 190x_2 + 30x_3 + 10x_4 + 260x_5 + 130x_6 + 21x_7 \geq 118$$

Такі ж нерівності складаємо для жирів, вуглеводів і солей. Маємо:

$$20x_1 + 3x_2 + 40x_3 + 865x_4 + 310x_5 + 30x_6 + 2x_7 \geq 56$$

$$50x_3 + 6x_4 + 20x_5 + 650x_6 + 200x_7 \geq 500$$

$$9x_1 + 10x_2 + 5x_3 + 12x_4 + 60x_5 + 20x_6 + 10x_7 \geq 8$$

Крім того, так як людина споживає, а не виділяє продукти, жоден з аргументів x_i не може бути від'ємним. Звідси:

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; x_4 \geq 0; x_5 \geq 0; x_6 \geq 0; x_7 \geq 0$$

Тепер ми маємо повний математичний опис завдання. Оскільки всі рівняння й нерівності у цій задачі лінійні, ми маємо завдання лінійного програмування.

Розглянемо розв'язання цієї задачі в MathCAD, що наочно проілюстровано на малюнку нижче

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) := 100x_1 + 50x_2 + 10x_3 + 120x_4 + 160x_5 + 20x_6 + 6x_7$$

$$x_1 := 1 \quad x_2 := 1 \quad x_3 := 1 \quad x_4 := 1 \quad x_5 := 1 \quad x_6 := 1 \quad x_7 := 1$$

Given

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0 \quad x_5 \geq 0 \quad x_6 \geq 0 \quad x_7 \geq 0$$

$$180x_1 + 190x_2 + 30x_3 + 10x_4 + 260x_5 + 130x_6 + 21x_7 \geq 118$$

$$20x_1 + 3x_2 + 40x_3 + 865x_4 + 310x_5 + 30x_6 + 2x_7 \geq 56$$

$$50x_3 + 6x_4 + 20x_5 + 650x_6 + 200x_7 \geq 500$$

$$9x_1 + 10x_2 + 7x_3 + 12x_4 + 60x_5 + 20x_6 + 10x_7 \geq 8$$

$$x := \text{Minimize}(F, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$$

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.033 \\ 0 \\ 0.905 \\ 0 \end{pmatrix} +$$

$$F(0, 0, 0, 0.033, 0, 0.905, 0) = 22.06 \text{ грн}$$

Орієнтовний відповідь така: Щоб отримати всі необхідні поживні речовини при мінімальній вартості продуктів людина не повинна їсти ні м'яса, ні риби, ні молока, ні сиру, ні картоплі. Але можна споживати близько 30-40 г масла в день і 900 г крупи. При цьому вартість денного раціону складає близько 22 гривень.

Висновки

Таким чином, актуальним завданням сьогодення є підвищення рівня навчально-виховного процесу, створення новітніх, а також удосконалення існуючих засобів навчання, високий рівень викладання практики та теорії. Для покращення рівня викладання використовують інноваційні технології

при навчанні, а зокрема зростає роль використання комп'ютерів в навчальному процесі.

Розглянутий нами приклад доводить зручність використання СКМ MathCAD під час навчального процесу. Вбудовані функції дозволяють побудувати інтерактивний документ для проведення необхідних розрахунків з візуалізованим супроводом. Саме це й забезпечує наочність процесу пошуку необхідного розв'язку, що позитивно впливає на результати навчального процесу.

Література

1. *PTC User's Guide. Mathcad 14.0* [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://ru.scribd.com/doc/3239532/Mathcad-14-Users-Guide>.
2. *Жалдак М.І.* Математика з комп'ютером: посібник для вчителів. — 2-ге вид. / М.І. Жалдак, Ю.В. Горошко, Є.Ф. Вінниченко — К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2009. — 282 с.
3. *Львов М.С.* Концепція програмної системи підтримки математичної діяльності / М.С.Львов // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: зб. наук. пр. — К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2003. — Вип. 7. — С. 36–48.
4. *Рамський Ю.С.* Місце і роль математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю.С. Рамський, К.І. Рамська // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. — 2008. — № 6 (18). — С. 53–59.
5. *Яньков В.Ю.* Лабораторный практикум по Маткаду. Модуль 3 Моделирование в Маткаде. Для преподавателей, аспирантов и студентов технических, технологических и экономических специальностей всех форм обучения. / В.Ю. Яньков — М.: МГУТУ, 2009. — 68 с.

Kaidan Nataliia V., Kiva Larisa G.

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

The use of the computer mathematics system mathcad in solving linear programming problems of practical direction

The article discusses the peculiarities of computer mathematics system MATHCAD in solving linear programming problems of practical direction. The general description of computer mathematics system MATHCAD is presented. The solution of the problem, which belongs to the class of optimal control is presented.

Keywords: *MathCAD, linear programming problems, systems of computer mathematics.*