

¹ молодший науковий співробітник, ННЦ ХФТІ Інститут плазмової електроніки і нових методів прискорення

e-mail: mykola.uz@gmail.com, ORCID 0000-0001-7216-2058

² завідувач лабораторії, Харківський національний університет радіоелектроніки

e-mail: mykhaylo.kopot@nure.ua, ORCID 0000-0002-7163-8904

³ кандидат технічних наук, доцент кафедри метрології та технічної експертизи, Харківський національний університет радіоелектроніки

e-mail: nikonxipe@gmail.com, ORCID 0000-0002-1082-5247

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ РУХУ В СИСТЕМАХ ЗІ СХРЕЩЕНИМИ ПОЛЯМИ

Розглянуто застосування кількох методів, які найчастіше використовують для розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь. Показано, що точність розв'язку на початковому інтервалі для всіх методів є однаковою. Збільшення інтервалу пошуку розв'язку призводить до збільшення похибки. Використання методу припасовування у методі диференціальних перетворень дозволяє розширити діапазон пошуку розв'язку без втрати точності.

Ключові слова: *нелінійні диференціальні рівняння, диференціальні перетворення, метод припасовування*

Вступ

До недавнього часу наука займалася майже виключно тим, що розбивала складні явища на більш прості й потім вивчала закономірності, на яких вони базуються. Зараз увага дослідників все частіше прикута до складних систем. Системи, що складаються з великої кількості простих елементів, властивості яких відомі, часто мають поведінку не таку, як можна було б очікувати, уявивши ціле лише сумою складових частин [1, 2].

Генерація мікрохвильового випромінювання різних рівнів потужності є актуальною задачею протягом кількох десятиріч. Електромагнітне випромінювання від десятих часток міліметра до десятків сантиметрів використовується у різноманітних галузях науки, техніки, радіолокації, дефектоскопії, спектроскопії, медицині, побуті тощо.

Зараз для отримання високого рівня потужності випромінювання використовуються вакуумні генератори, зокрема, прилади зі схрещеними полями, такі як магнетрони, в яких активним середовищем є електронний потік [3].

Магнетрон — один з перших й найрозповсюдженіших генераторів надвисоких частот, де електрони, що рухаються у схрещених статичних елек-

тричному та магнітному полях, взаємодіють з високочастотним електромагнітним полем. З конструктивної точки зору сучасний багаторезонаторний магнетрон складається з трьох частин: катоду, анодного блоку, який містить порожнисті резонатори, й пристрою для виводу високочастотної енергії [4]. Поведінку роботи цих приладів аналізують за допомогою РІС кодів [5] і теорії ведучих центрів [6, 7]. Моделювання роботи приладів магнетронного типу пов'язане з розв'язанням складних диференціальних рівнянь, найчастіше чисельними методами, використовуючи пакети MAGIK-3D [8] та CST Studio Suite [9]. Такі моделі потребують занадто великих комп'ютерних й часових ресурсів [2].

Наразі нелінійна динаміка та хвильове моделювання стають парадигмами, які визначають наукове мислення [10–12].

Більшість явищ природи за своєю суттю є нелінійними. Моделі погоди та турбулентний режим руху рідин є загальновідомими прикладами нелінійних систем. Всі задачі механіки є нелінійними. Метод лінеаризації, що зазвичай застосовують, є наближеним методом розрахунків, який у більшості випадків надає досить задовільні, а іноді й досить гарні результати. Існує ряд задач, коли лінійний опис є зовсім непридатним. У нелінійних системах часто мають місце суттєво нові явища, які принципово неможливі в лінійних системах [13].

Серед нелінійних систем виділяють клас автоколивальних систем. До цього класу відносять системи, які в змозі створювати (генерувати) коливання за відсутності зовнішніх змінних сил. Крім того на автоколивальну систему можуть впливати зовнішні змінні сили.

Нелінійні системи — невід'ємна частина більшості радіотехнічних пристроїв і їх вивчення та дослідження є дуже важливим.

Нелінійні диференціальні рівняння, які описують поведінку нелінійних систем, на відміну від лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, як правило, у явному вигляді не можуть бути розв'язані. Тому вивчення нелінійних систем через знаходження загальних розв'язків рівнянь у більшості випадків виключено. У зв'язку з цим застосовуються різноманітні прийоми дослідження розв'язків диференціальних рівнянь, які дозволяють хоча б частково з'ясувати властивості нелінійної системи, що розглядається [14].

Знаходження аналітичного розв'язку диференціального рівняння, якщо це можливо, зазвичай надає значні переваги. Аналітичний розв'язок отримуємо в алгебраїчній формі й він не потребує впровадження чисельних значень параметрів або початкових умов в процесі розв'язання. Коли ж такий розв'язок отримано, можна підставити будь-які чисельні значення й дослідити всю сукупність розв'язків. Через таку гнучкість аналізу природно спочатку спро-

бувати знайти розв'язок заданого диференціального рівняння у аналітичному вигляді. Однак слід мати на увазі, що тільки дуже небагато рівнянь, які описують реальні фізичні системи, досить прості й дозволяють отримати точний розв'язок. У загальному випадку не існує методів, які можуть надавати точний розв'язок задовільно вибраного нелінійного диференційного рівняння. Таким чином, для деяких класів диференційних рівнянь, що часто зустрічаються, єдиними задовільними є різного роду методи наближень.

У багатьох випадках вдається отримати наближені розв'язки, які описують достатньо широкий клас задач. Іноді необхідно чисельно інтегрувати рівняння або якісно їх розглядати.

У зв'язку з вище згаданим через математичні складнощі дуже часто від загального розгляду задачі відмовляються й обмежуються лише розглядом певних процесів, які є найцікавішими.

Застосування більшості цих методів вимагає переборення ряду математичних та обчислювальних труднощів. Одним з напрямків, який дозволяє побороти такі труднощі, є математичний апарат диференційних перетворень [15–17]. Його можна застосувати безпосередньо до розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь без їхньої попередньої лінеаризації. Це дозволяє отримати розв'язок у аналітичному вигляді (ряд Тейлора) й значно зменшує обсяг обчислювальних робіт. Подальший розвиток цього напрямку щодо розширення діапазону пошуку розв'язків нелінійних крайових задач й спрощення реалізації складних нелінійностей знайшов відображення у методі припасування, який пізніше отримав назву багатоетапного методу диференційних перетворень з використанням апроксимації нелінійних членів рівняння поліномами Адоміана [18–22].

Наразі для дослідження фізичних процесів у приладах зі схрещеними полями застосовують так званий «обчислювальний» експеримент [23]. За такого підходу до вивчення систем зі схрещеними полями набуто певних результатів.

Метою цієї статті є отримання розв'язків рівнянь руху у приладах зі схрещеними полями за допомогою різноманітних методів розв'язання нелінійних диференційних рівнянь і порівняння отриманих результатів.

Основна частина

Щодо систем зі схрещеними полями, розглянемо найпростішу з них — циліндричний магнетронний діод (рис. 1), який складається з двох співвісних циліндрів, що розташовані в магнітному полі. Відносні радіуси зовнішнього та внутрішнього циліндрів s_a та 1, відповідно. Зовнішній циліндр має додатний електростатичний потенціал U_a відносно внутрішнього циліндру.

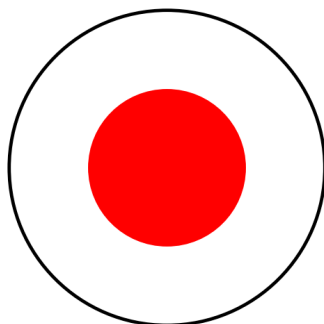


Рис. 1: Простір взаємодії магнетронного діоду

Рівняння руху заряджених частинок в такій системі без урахування ефектів дисипації матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{s}{4} &= \frac{b}{s} + \frac{1}{4s^3} \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{s^2} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

де $b = \frac{\eta}{\omega_H^2 r_k^2} \frac{U_a}{\ln s_a}$ — параметр, який залежить як від електростатичного потенціалу U_a , так і від магнітного поля ω_H .

Під час визначення стійкості системи рівнянь (1) за першим наближенням, виявлено, що ця система має періодичний рух у радіальному напрямку [2, 24–26].

Шукатимемо розв'язки системи рівнянь (1) за таких початкових умов $s(0) = 1$; $\left. \frac{ds}{dt} \right|_{t=0} = 0$; $\varphi(0) = \varphi_0$.

Дотепер такі рівняння найчастіше розв'язують за допомогою чисельних методів. Найвживанішим методом розв'язання таких рівнянь є чисельний метод Рунге–Кутти четвертого порядку, який має похибку, що дорівнює четвертому порядку кроку інтегрування [24–26].

Однак, аналізувати чисельні результати не дуже зручно. Аналітичні результати (вирази) піддаються аналізу значно простіше. Тому бажано знайти наближений аналітичний розв'язок системи рівнянь (1).

Найпростіше шукати розв'язок системи рівнянь (1) у вигляді ступеневого ряду для кожної функції.

$$s(t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i t^i; \quad \varphi(t) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i t^i; \quad (2)$$

Підставляючи вираз у вигляді ряду у систему рівнянь (1), знову отримуємо незручність для «ручного» обчислення коефіцієнтів ряду. Через це

шукатимемо коефіцієнти ряду (2), використовуючи режим series з команди dsolve системи комп'ютерної математики Maple. В результаті отримаємо

$$\begin{aligned} s(t) &= 1 + \frac{b}{2!}t^2 - \frac{b}{4!}(1+b)t^4 + \frac{b}{6!}(1+11b+7b^2)t^6 - \\ &- \frac{1}{8!}b(1+57b+318b^2+127b^3)t^8 + \dots \\ \varphi(t) &= \frac{b}{3!}t^3 - \frac{b}{5!}(1+10b)t^5 + \frac{b}{7!}(1+60b+261b^2)t^7 - \\ &- \frac{b}{9!}(1+246b+3972b^2+9640b^3)t^9 + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Вираз (3) у вигляді ряду теж не дуже зручно аналізувати, тому застосуємо для розв'язання системи (1) метод диференціальних перетворень [15–17].

Застосування цього методу вимагає переходу з області оригіналів до області диференціальних зображень:

$$s(t) \Rightarrow S(k) \quad \varphi \Rightarrow \Phi(k),$$

тоді система (1) в області диференціальних зображень набуде вигляду

$$\begin{aligned} \frac{(k+1)(k+2)}{H} S(k+2) &= -\frac{S(k)}{4} + bZ(k) + \frac{Z^{[3]}(k)}{4} \\ \frac{(k+1)}{H} \Phi(k+1) &= \frac{1}{2}[1 - Z^{[2]}(k)], \end{aligned} \quad (4)$$

тут k — ціле число;

$$Z(k) = \frac{\sigma(k) - \sum_{l=0}^{k-1} Z(l)S(k-l)}{S(0)};$$

$$Z^{[2]}(k) = \sum_{l=0}^k Z(l)Z(k-l);$$

$$Z^{[3]}(k) = \sum_{l=0}^k Z^{[2]}(l)Z(k-l).$$

Початкові умови в області диференціальних зображень набудуть вигляду $S(0) = 1; S(1) = 0; \Phi(0) = \varphi_0$.

Таким чином рекурентні співвідношення за $H = 1$ для обчислення дискрет набудуть вигляду

$$\begin{aligned} S(k+2) &= \frac{1}{(k+1)(k+2)} \left[-\frac{S(k)}{4} + bZ(k) + \frac{Z^{[3]}(k)}{4} \right] \\ \Phi(k+1) &= \frac{1}{2(k+1)} [1 - Z^{[2]}(k)], \end{aligned} \quad (5)$$

k	$S(k)$	$Z(k)$	$Z^{[2]}(k)$	$Z^{[3]}(k)$	$\Phi(k)$
0	1	1	1	1	φ_0
1	0	0	0	0	0
2	$\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{2}$	$-b$	$-\frac{3b}{2}$	0
3	0	0	0	0	$\frac{b}{6}$
4	$-\frac{b}{24}(1+b)$	$\frac{b}{24}(1+7b)$	$\frac{b}{12}(1+10b)$	$\frac{b}{8}(1+13b)$	0
5	0	0	0	0	$-\frac{b}{120}(1+10b)$

Табл. 1: Результати обчислення перших п'яти дискрет

Результати обчислення перших п'яти дискрет наведено в табл. 1

Перехід з області диференційних зображень в область оригіналів здійснюється за співвідношеннями

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} S(k)t^k$$

$$\varphi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \Phi(k)t^k$$

В результаті такого переходу отримаємо

$$\begin{aligned}
 s(t) &= 1 + \frac{b}{2!}t^2 - \frac{b}{4!}(1+b)t^4 + \frac{b}{6!}(1+11b+7b^2)t^6 - \\
 &\quad - \frac{1}{8!}b(1+57b+318b^2+127b^3)t^8 + \dots \\
 \varphi(t) &= \frac{b}{3!}t^3 - \frac{b}{5!}(1+10b)t^5 + \frac{b}{7!}(1+60b+261b^2)t^7 - \\
 &\quad - \frac{b}{9!}(1+246b+3972b^2+9640b^3)t^9 + \dots
 \end{aligned}$$

Результати, що отримано за допомогою методу диференційних перетворень повністю збігаються з результатами, що отримано за методом рядів (3).

Через те, що у сучасних приладах магнетронного типу співвідношення $\frac{r_a}{r_k} < 2$, то безрозмірний радіус s можна зобразити як $s = 1 + x$. Це дозволяє застосувати метод лінеаризації [2] до рівнянь (1), підставивши значення s .

При цьому рівняння (1) набудуть вигляду

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{1}{4}(1+x) + \frac{b}{1+x} + \frac{1}{4(1+x)^3} \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(1+x)^2} \right],\end{aligned}\quad (6)$$

Розвинувши в ряд відносно x доданки $\frac{1}{1+x}$, $\frac{1}{(1+x)^2}$ та $\frac{1}{(1+x)^3}$ й відкинувши нелінійні члени, остаточно добудемо таку систему рівнянь

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= b - (1+b)x \\ \frac{d\varphi}{dt} &= x\end{aligned}\quad (7)$$

Розв'язок системи (7) можна добути в аналітичному вигляді. Таким чином для магнетронного діода остаточно маємо

$$\begin{aligned}s(t) &= 1 + \frac{b}{1+b}(1 - \cos \sqrt{1+bt}) \\ \varphi(t) &= \frac{b}{1+b} \left(t - \frac{\sin \sqrt{1+bt}}{\sqrt{1+b}} \right)\end{aligned}\quad (8)$$

Вираз (8) є параметричним записом кривої, що утворюється точкою, яка розташована на еліпсі з ексцентриситетом $\sqrt{\frac{b}{1+b}}$. Цей еліпс котиться без проковзування по колу одиничного радіусу.

На рис. 2 наведено графіки отриманих розв'язків

Всі розв'язки, що отримано вище розглянутими методами, збігаються на початковому інтервалі, але для аналізу роботи приладів зі схрещеними полями необхідно мати розв'язок у значно ширшому інтервалі. Для вирішення цієї проблеми застосуємо метод припасовування [15–17] для кількох інтервалів.

За суттю метод припасовування майже збігається з методом аналітичного продовження функцій, який застосовують під час інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою ступеневих рядів.

Метод припасовування є ефективним чисельним методом розв'язування лінійних та нелінійних диференціальних рівнянь з суворим контролем точності результатів на кожному етапі обчислень з використанням точних формул різницевого типу. Величини залишкових членів під час підсумовування скінченної кількості дискрет легко можуть бути зменшені через зменшення кроку H та збільшення кількості дискрет, які визначають, на кожному інтервалі [15–17].

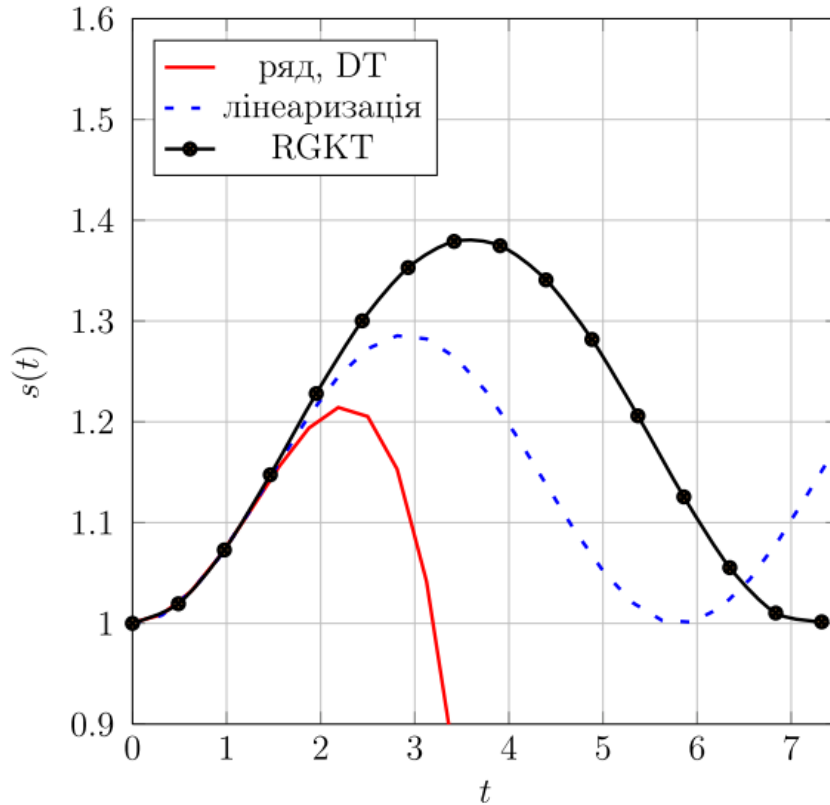


Рис. 2: Порівняння

Схема застосування методу припасовування до нелінійного диференційного рівняння (1) вимагає розбиття інтервалу розгляду на кілька підінтервалів. Найчастіше ці підінтервали мають однакову довжину. Кінцеві значення координати та швидкості i -го підінтервалу є початковими значеннями $i + 1$ -го підінтервалу. Дискрети на кожному підінтервалі обчислюються за звичайною схемою (4) – (5).

Таким чином остаточний розв’язок рівняння (1) матиме вигляд

$$s(t) = \begin{cases} s_1(t), & t \in [0, t_1] \\ s_2(t), & t \in [t_1, t_2] \\ \dots\dots\dots \\ s_n(t), & t \in [t_{n-1}, t_n] \end{cases}$$

Результати обчислень за різними методами, наведено табл. 2.

Отримані результати застосування методу припасовування показують, що збігання розв’язків, які отримано різними методами, можливе лише на початковому інтервалі.

Для отримання збігання на більш широкому інтервалі суттєву роль відіграє кількість підінтервалів, на які розбивають інтервал поширення розв’язку.

t	RGKT	лін	ряд	1	2	3
0	1	1	1	1	1	1
0.5	1.02039	1.02038	1.02039	1.02039	1.02039	1.02039
1	1.07605	1.07573	1.07604	1.07604	1.07604	1.07604
1.5	1.15324	1.15028	1.15274	1.15274	1.15319	1.15319
2	1.23548	1.22281	1.22802	1.22802	1.23539	1.23539
2.5	1.30775	1.27266	1.25019	1.25019	1.30771	1.30765
3	1.35853	1.28564	1.06328	1.06328	1.35926	1.35843
3.5	1.38045	1.25805	-4.35346	0.23219	1.38564	1.38034
4	1.37046	1.19775	-16.77960	-2.29056	1.39144	1.37013
4.5	1.32995	1.12191	1.12191	-8.72843	1.38764	1.32769
5	1.26466	1.05212	-23.35955	-23.35955	1.36930	1.25253
5.5	1.18459	1.00826	-348.95458	-53.8083	1.24580	1.13465
6	1.10357	1.00282	-785.38341	-112.86113	0.67869	0.93508
6.5	1.03789	1.03734	-1650.07080	-220.92966	-1.23885	0.54949
7	1.00297	1.10199	-3272.09545	-409.29957	-6.55177	-0.25415
7.5	1.00801	1.17838	-724.31386	-724.31386	-19.38222	-1.93494
8	1.05163	1.24473	-1232.65464	-1232.65464	-47.39027	-5.32956
8.5	1.12259	1.28217	-19473.75174	-2027.89919	-103.94594	-11.87059
9	1.20483	1.28003	-32848.50394	-3238.53971	-211.24223	-23.89252
9.5	1.28243	1.23892	-5037.66896	-5037.66896	-404.62397	-45.04892
10	1.34243	1.17054	-7654.5472	-7654.5472	-738.45524	-80.86733

Табл. 2: Результати обчислення за різними методами

Висновки

Таким чином, розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь, особливо з сингулярною частиною, за використання методу диференціальних перетворень має збіг з результатами, що отримано іншими методами на вузькому початковому інтервалі.

Метод припасовування є ефективним методом отримання наближеного розв'язку у ширшому діапазоні.

Отримані результати обчислень показують, що точність наближеного розв'язку зростає зі зростанням кількості інтервалів припасовування.

Розглянуто застосування методу диференціальних перетворень для розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь, на яких базуються опис роботи систем зі схрещеними полями.

Метод базується на розв'язанні диференціальних рівнянь в області зображень із застосуванням методу припасовування з подальшим отриманням розв'язку у вигляді ряду Тейлора.

Отримані чисельні результати показали гарну збіжність з розв'язками, що отримано за методом Рунге-Кутти.

У порівнянні з іншими, метод припасовування дозволяє прибрати математичні ускладнення, які пов'язані зі складною нелінійністю диференціальних рівнянь й призводить до значного меншого обсягу обчислень.

Література

1. *Усыченко В.Г.* Электронная синергетика. Физические основы самоорганизации и эволюции материи: Курс лекций [Текст] — СПб. : «Издательство Лань», 2010. — 240 с.
2. Корчакова А. С., Никитенко О. М. Использование линеаризованного подхода к моделированию приборов со скрещенными полями // Известия Волгоградского государственного технического университета : межвуз. сб. науч. ст. № 23(126) / ВолгГТУ. — Волгоград, 2013. (Серия «Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь»; вып. 8). — С. 48–57
3. Гуляев Ю.В., Корниенко В.Н., Олейников А.Я., Черепенин В.А. Технология открытых систем и вычислительный эксперимент в радиоэлектронике // Журнал радиоэлектроники. — 2002 — №9 — <http://jre.cplire.ru/>
4. Ланда П.С., Трубецков Д.И., Гусев В.А. Заблуждение и реальность в некоторых задачах физики (теория и эксперимент) // Успехи физических наук — 2009. — т. 179, — № 3 — С. 255–277
5. Dombrowski G.E. Simulation of Magnetrons and Crossed-Field Amplifier // IEEE Transactions on electron devices — 1988. — vol. 35 — no 11. — PP. 2060–2067.
6. Нечаев В.Е. К анализу процессов в многорезонаторных магнетронах // Известия вузов. Радиотехника. — 1964. — 7 — № 1. — С. 146–159.
7. Kaup D.J., Thomas G.E. Chaotic instabilities and density profiles in a crossed-field electron vacuum devices // SPIE. — 2000. — 4031. — PP. 54–64.
8. Goplen B., Ludeking L., Smith D., Warren G. User-configurable MAGIK for electromagnetic PIC calculations Comput. Phys. Commun. — 1995 — vol. 87. — nos. 1–2. — PP. 54–86.
9. (2008) CST Studio Suite. [Online]. Available: <http://www.cst.com>
10. Гапонов-Грехов А.В. Рождение и динамика двумерных структур в неравновесных диссипативных средах. // В сб.: Нелинейные волны: динамика и эволюция. — М.: Наука. — 1989. — С. 61–83.

11. Капица С.В., Кудюмов С.В., Малінецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. – М.: Наука, 1997. – 285 с
12. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. – М.: Наука, 1984. – С. 9 – 15.
13. Hayashi C. Nonlinear Oscillations in Physical Systems. Princeton New Jersey, Princeton University Press 1985. XII, 392 p.
14. Конторович М.И. Нелинейные колебания в радиотехнике (автоколебательные системы) М., Сов. радио, 1973, 320 с.
15. Пухов Г.Е. Преобразования Тейлора и их применение в электротехнике и электронике / Г.Е. Пухов. - К.: Наукова думка, 1978. – 259 с.
16. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений / Г.Е. Пухов. - К.: Наукова думка, 1980. – 419 с.
17. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования и математическое моделирование физических процессов / Г.Е. Пухов. - К.: Наукова думка, 1986. – 160 с.
18. Гусынин А.В. Многоэтапный метод модифицированных дифференциальных преобразований для решения нелинейных краевых задач // Проблеми інформаційних технологій. — 2016. — №02 (020). — С. 26–34.
19. Fatoorehchi H. Improving the differential transform method: A novel technique to obtain the differential transforms of nonlinearities by the Adomian polynomials H. Adolghasemi // Applied Mathematical Modeling. — 2013. — Vol.37 — issue 8. — PP. 6008–6017.
20. El-Zahar E.R. Applications of Adaptive multi-step differential transform method to singular perturbation problems arising in science and engineering // Appl.Math.Inf.Sci. — 2015. — Vol.9 — no.1. — P. 223–232.
21. Gusynin V., Gusynin A., Tachinina H. The use of differential transformations for solving non-linear boundary value problems // Proceedings of NAU. — 2016. — №4(69). — PP. 45–55 — doi: 10.18372/2306-1472.69.11054.
22. Гусынин А.В., Яровой А.В., Антонова-Рафи Ю.В. Оптимизация управления посадкой дирижабля на основе многоэтапного метода дифференциальных преобразований // Системи управління, навігації та зв'язку. — 2017. — вип. 5(45) — С. 12–17
23. Hockney R. W., and Eastwood J. W. Computer Simulation Using Particles, McGraw-Hill, New York, 1981
24. Nikitenko O., Volovenko M. Changed Particles Motion in Crossed-field System under dissipation // Modern problems of radio engineering, telecommunications and computer science. — Lviv. — 2002. — PP. 59–60.

25. Nikitenko O.M., Volovenko M.V. The Changed Particles Motion under Electrostatic Space-Periodic Field in Crossed-field Systems // 2006 IEEE International Vacuum Electronics Conference held jointly with 2006 IEEE International Vacuum Electron Sources IVEC/IVESC 2006. — April 25–27 2006. — Monterey, California, USA. — 2006. — PP. 109–110.
26. Нікітенко О.М., Воловенко М.В. Рух заряджених частинок у системах зі схрещеними полями за наявності дисипації // Теоретична радіотехніка / Львівський національний університет ім. І. Франка. — 2002. — вип. 56. — С. 47–53.

Volovenko M.V., Kopot M.A., Nikitenko O.M.

Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

The comparable analysis of solution methods of motion equations in crossed-field systems

The application of several methods which are most frequently used for solution of nonlinear differential equations was described. The accuracy of the solution at the initial interval for all methods is the same. An expansion of the solution search interval leads to error increase. Using the segment-to-segment method in the differential transformations method allows to expand the search range of the solution without accuracy loss.

Keywords: *nonlinear differential equations, differential transformations, segment-to-segment method.*