

ІНФОРМАТИКА ТА МЕТОДИКА ЇЇ ВИКЛАДАННЯ

УДК 37.091.26

Сьомкін В.С., Омельченко Д.М.

¹ кандидат педагогічних наук, доцент, учитель математики,

Слов'янський педагогічний ліцей Слов'янської міської ради Донецької області

² студент 1 курсу факультету інформаційно-обчислювальних технологій, Національний

технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

e-mail: vladimir-syomkin@yandex.ru, dima.omelchenko@list.ru.

ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ЛОКАЛЬНО-ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ОПУКЛИХ МНОГОКУТНИКІВ У ПРЯМОКУТНІЙ ОБЛАСТІ

Стаття присвячена опису створеного програмного забезпечення знаходження локально-оптимального розміщення опуклих многокутників у прямокутній області.

Ключові слова: програмне забезпечення, Φ -функція, математична модель, локальний мінімум, локально-оптимальне розміщення.

Вступ

Універсальний конструктивний математичний апарат, що дозволяє будувати аналітичний опис умов взаємного розташування об'єктів з урахуванням технологічних обмежень, був розроблений у роботах наукової школи, очолюваної Ю.Г. Стояном (м. Харків).

На основі апарату, пов'язаного з використанням функцій щільного розміщення, було здійснено розробку автоматичної системи розв'язання задач розміщення досить великого набору геометричних об'єктів. Отримувані результати давали добрі наближення до локального мінімуму [2,3].

Надалі теорія отримала свій розвиток на тлі поняття Φ -функція, яке формалізує геометричні відносини неперетину геометричних об'єктів і є якісною мірою виконання цих відносин [4].

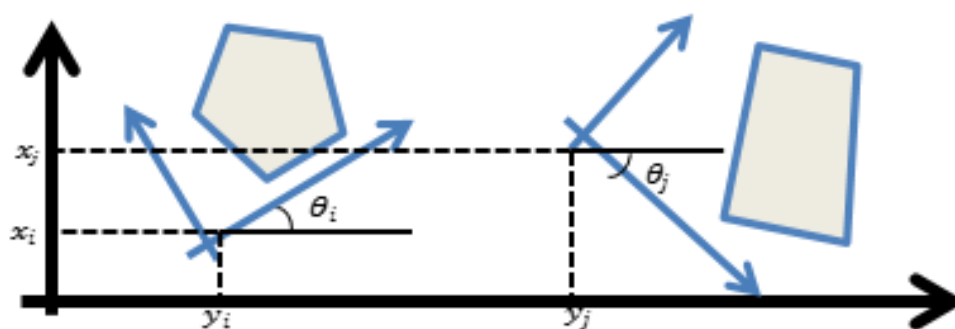
© Сьомкін В.С., Омельченко Д.М., 2017

Основна частина.

Постановка задачі.

Задача. Задано прямокутник S зі змінними шириною L і висотою H , а також опуклі багатокутники P_i , $i = 1 \dots 8$. Необхідно розмістити ці багатокутники у прямокутнику S так, щоб вони не перетиналися, а площа прямокутника досягала мінімуму.

З кожним багатокутником, який розміщуємо у прямокутнику S , зв'яжемо власну систему координат. Центри цих систем називаються полюсами багатокутника. Координати полюсів будемо задавати відносно нерухомої системи координат прямокутника S .



Положення багатокутника P_i на площині однозначно визначається координатами x_i, y_i його полюса у загальній системі координат і кутом його повороту θ_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ відносно цієї системи координат. Величини $u_i = (x_i, y_i, \theta_i)$ називаються параметрами розміщення багатокутника P_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Для розв'язання цієї задачі перш за все були описані умови неперетину багатокутників і їх знаходження у прямокутнику S .

В математиці існує поняття, яке дозволяє описати умови неперетину геометричних фігур (об'єктів), введене членом-кореспондентом НАН України Ю.Г. Стояном.

Означення 1. Будь-яка неперервна всюди визначена функція $\Phi_{i,j}(u_i, u_j)$ називається Φ -функцією об'єктів T_i і T_j , якщо виконуються наступні властивості:

$$\Phi_{i,j}(u_i, u_j) > 0, \quad \text{якщо } T_i \cap T_j = \emptyset;$$

$$\Phi_{i,j}(u_i, u_j) = 0, \quad \text{якщо } \text{int } T_i \cap \text{int } T_j = \emptyset, \text{ fr } T_i \cap \text{fr } T_j \neq \emptyset;$$

$$\Phi_{i,j}(u_i, u_j) < 0, \quad \text{якщо } \text{int } T_i \cap \text{int } T_j \neq \emptyset.$$

Φ -функція двох об'єктів служить для визначення міри перетину цих об'єктів. Нами в якості таких об'єктів розглядаються опуклі багатокутники, а в якості аргументів функції – параметри їх розміщення.

Φ -функція приймає нульове значення, якщо об'єкти лише дотикаються, значення менше нуля — якщо перетинаються, і значення більше нуля — якщо розглянуті об'єкти не мають спільних точок.

Запишемо математичну модель розв'язання поставленої задачі, як задачі нелінійного програмування:

$$\min F(x), x \in D,$$

$$X = (x_1, y_1, \theta_1, x_2, y_2, \theta_2, \dots, x_8, y_8, \theta_8, L, H) \in D \subset R^{26},$$

де

$$F(X) = L \cdot H,$$

$$D = \{X \in R^{26} | \Phi_{i,j}(x_i, y_i, \theta_i, x_j, y_j, \theta_j) \geq 0, i < j \leq 8,$$

$$\Phi_i(x_i, y_i, \theta_i, L, H) \geq 0, i \leq 8\}.$$

Функцією мети поставленої задачі є площа прямокутника S , а область допустимих розв'язків задається Φ -функціями Φ_1, Φ_2, Φ_3 .

Для автоматизації процесу розв'язування задачі нами написана комп'ютерна програма опис якої представлений нижче.

1. Характеристика програмного забезпечення.

Програма написана на мові програмування C#.

Коло задач, що розв'язуються: задачі знаходження локально оптимального розміщення опуклих багатокутників у прямокутній області.

Інтерфейс програми складає:

— панель інструментів (рис. 1) (доступ до основних команд);

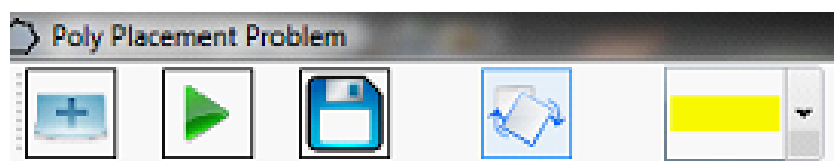


Рис. 1: Меню

— вікно створення опуклих багатокутників (CreateArea) (рис. 2)

— вікно тимчасової бібліотеки (pending) (рис. 3), де зберігаються створені фігури, які, за бажанням, можна перенести до бібліотеки;

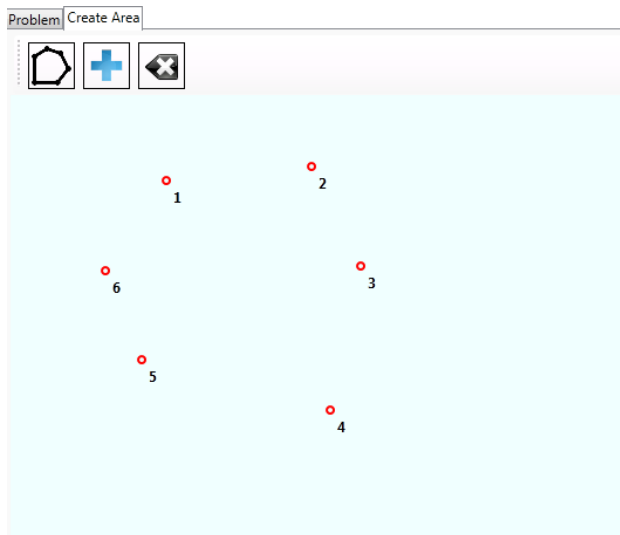


Рис. 2: Create Area

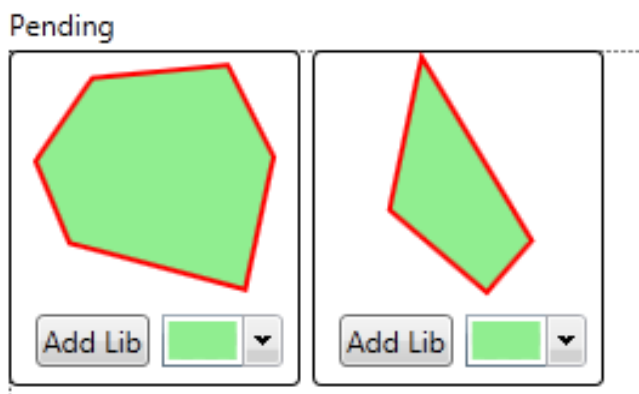


Рис. 3: Pending

— вікно бібліотеки (library) (рис. 4), де зберігаються створені фігури;

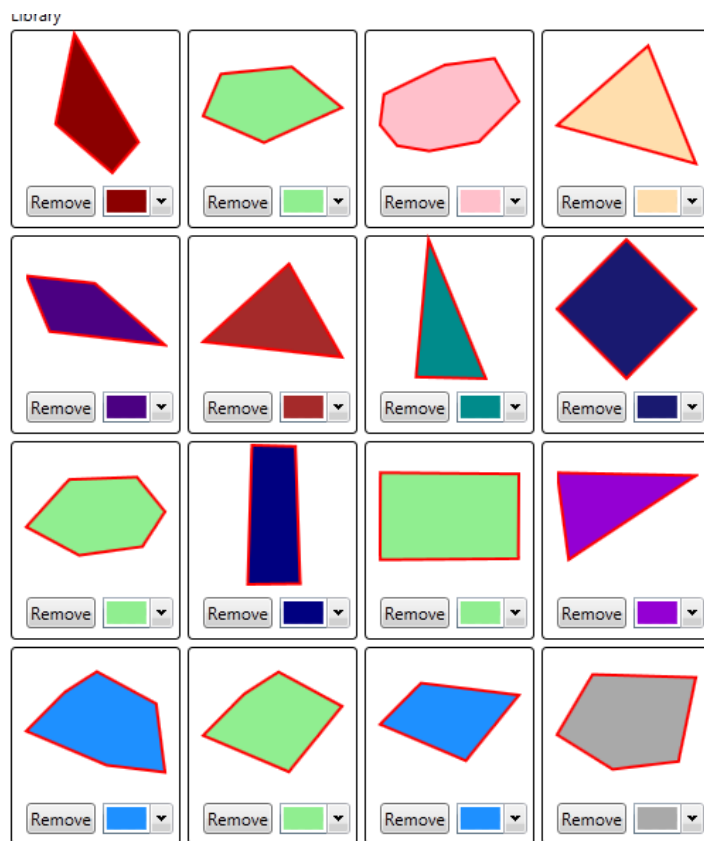


Рис. 4: Бібліотека

— робоча область (рис. 5) (безпосереднє створення задачі шляхом розміщення обраних багатокутників на площині);

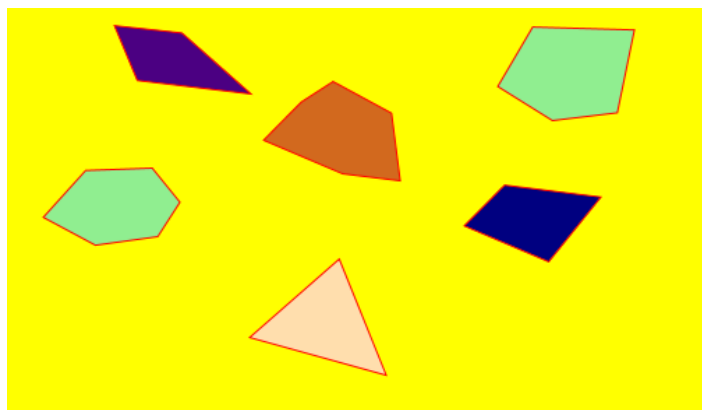


Рис. 5: Робоча область

— вікно збережених задач (Saved Problems) (рис. 6) надає можливість переглянути всю інформацію щодо збережених задач.

		Description	# Poly	Creation Date	
<input checked="" type="checkbox"/>		a1	6	1/26/2016 10:38:47 PM	
<input type="checkbox"/>		1	5	1/26/2016 10:31:39 PM	
<input type="checkbox"/>		zzxczx	9	12/13/2015 7:50:02 PM	
<input type="checkbox"/>		c1	8	12/12/2015 12:26:39 AM	
<input type="checkbox"/>		b2	11	12/12/2015 12:15:54 AM	
<input type="checkbox"/>		b1	11	12/12/2015 12:13:15 AM	
<input type="checkbox"/>		aaa	15	12/11/2015 11:49:54 PM	
<input type="checkbox"/>		777	8	12/11/2015 9:58:22 PM	
<input type="checkbox"/>		666	8	12/11/2015 9:55:52 PM	
<input type="checkbox"/>		555	8	12/11/2015 9:45:02 PM	
<input type="checkbox"/>		444	8	12/11/2015 9:43:33 PM	
<input type="checkbox"/>		333	8	12/11/2015 9:39:21 PM	
<input type="checkbox"/>		222	8	12/11/2015 9:38:49 PM	
<input type="checkbox"/>		111	8	12/11/2015 9:29:05 PM	

Рис. 6: Архів збережених задач

Режими роботи:

— створення фігур (рис. 7) — на робочому полі обираємо вкладку «CreateArea», потім за допомогою миші розміщуємо потрібну кількість точок на площині — це будуть вершини многокутника. Далі натискаємо для його побудови. У випадку, якщо точки розставлені так, що многокутник не опуклий програма буде опуклу оболонку, ігноруючи зайві точки. Для того, щоб додати отриману фігуру до проміжної бібліотеки, достатньо натиснути (для того, щоб додати фігуру до бібліотеки,

необхідно перейти до проміжної, відкривши вкладку «Pending» та під фігурою натиснути «Addtolib»);

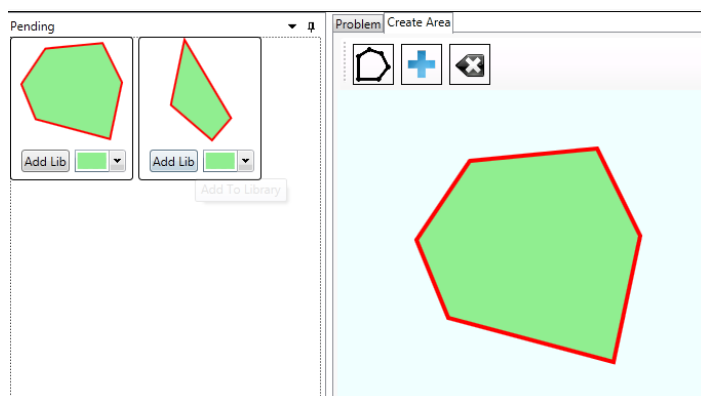




Рис. 7: Створення багатокутників

— розв’язання задачі — обравши вкладку «Problem», на області, що з’явилась, можна розміщувати фігури з бібліотеки у якій заздалегідь накопичуються багатокутники необхідні для розв’язання задачі. Розміри фігур та робочої площі регулюються колесом миші. За допомогою  можна включати/відключати повороти багатокутників. Розміри фігур та робочої площі регулюються колесом миші. Для безпосереднього вирішення задачі необхідно натиснути . Отримуємо результат розміщення (рис. 8).

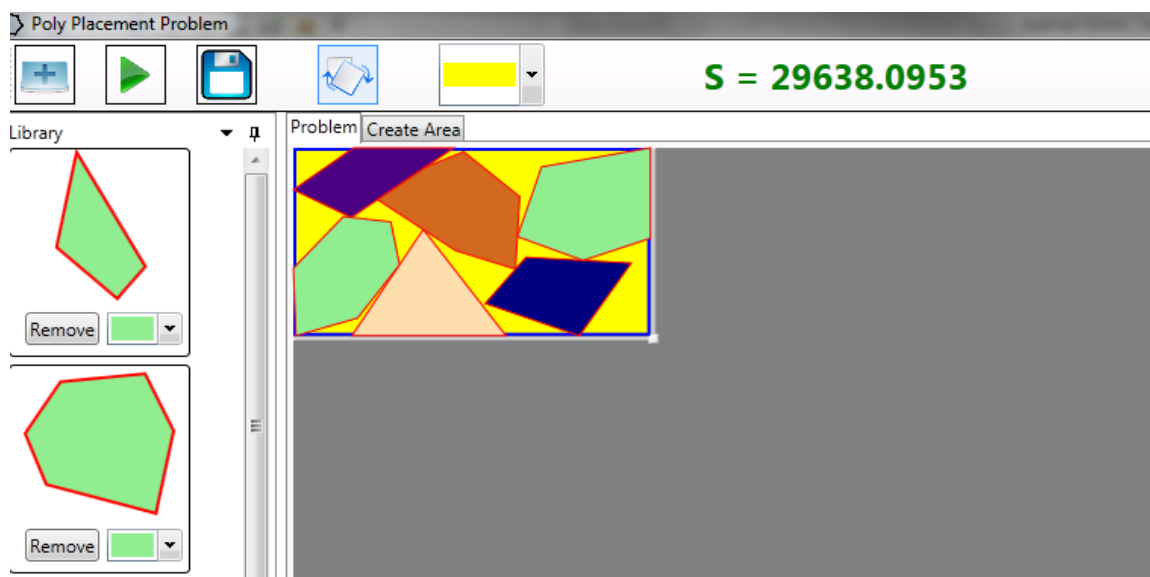


Рис. 8: Розв’язок задачі

— виведення результатів (рис. 9) — виводиться таблиця координат фігур у нерухомій системі координат та кути їх повороту:







DOMAIN: L = 235.6358, H = 125.7793, S = 29638.10597894				
	X	Y	Angle	Vertices
	-38.5818	84.5625	-0.7736227	(0;57.61), (30.36;24.13), (78.14;22.43), (98;46.83), (82.11;71.43), (37.36;77.57)
	66.05672	-20.87825	0.185884	(56.72;80.51), (0;56.48), (27.07;29.19), (49.85;14.53), (91.8;37.2), (98;85.47)
	-16.89245	8.837284	-0.7213688	(16.46;64.78), (0;25.58), (48.42;30.82), (98;74.42)
	123.1844	52.58564	-0.06650975	(0;51.75), (28.89;22.61), (98;31.16), (60.56;77.39)
	135.8957	1.586284	-0.2036386	(0;59.06), (25.04;16.58), (98;18.62), (85.76;77.87), (39.2;83.42)
	21.49219	63.55406	-0.268826	(0;64.54), (64.29;8.46), (98;91.54)

Рис. 9: Дані локально оптимального розміщення многокутників

— в той же час, з архіву виводяться зображення збережених задач автоматично впорядкованих по площі S (рис. 10):

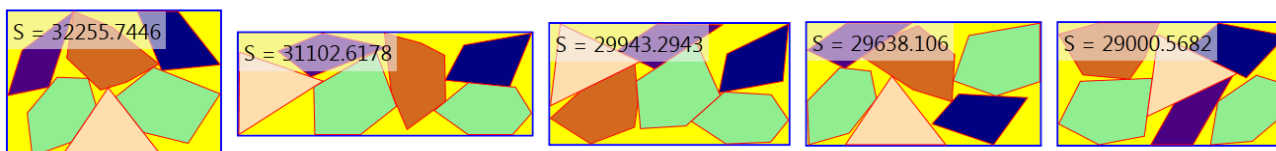


Рис. 10: Результати розміщення

Система команд (Рис. 11):

- створення нової задачі (1);
- запуск програми (2);
- збереження задачі (3);
- увімкнення/вимкнення повороту (4);
- зміна кольору робочого поля (5);
- побудова фігури (6);
- занесення фігури до бібліотеки (7);
- видалення створеної фігури (8);
- видалення фігури з бібліотеки (9);
- зміна кольору фігури (10);
- зміна розміру фігури (за допомогою коліщатка миші);
- порівняння результатів декількох вирішених задач (11);
- завантаження збереженої задачі (12);
- перегляд додаткової інформації щодо збереженої задачі (13);
- видалення збереженої задачі (14).

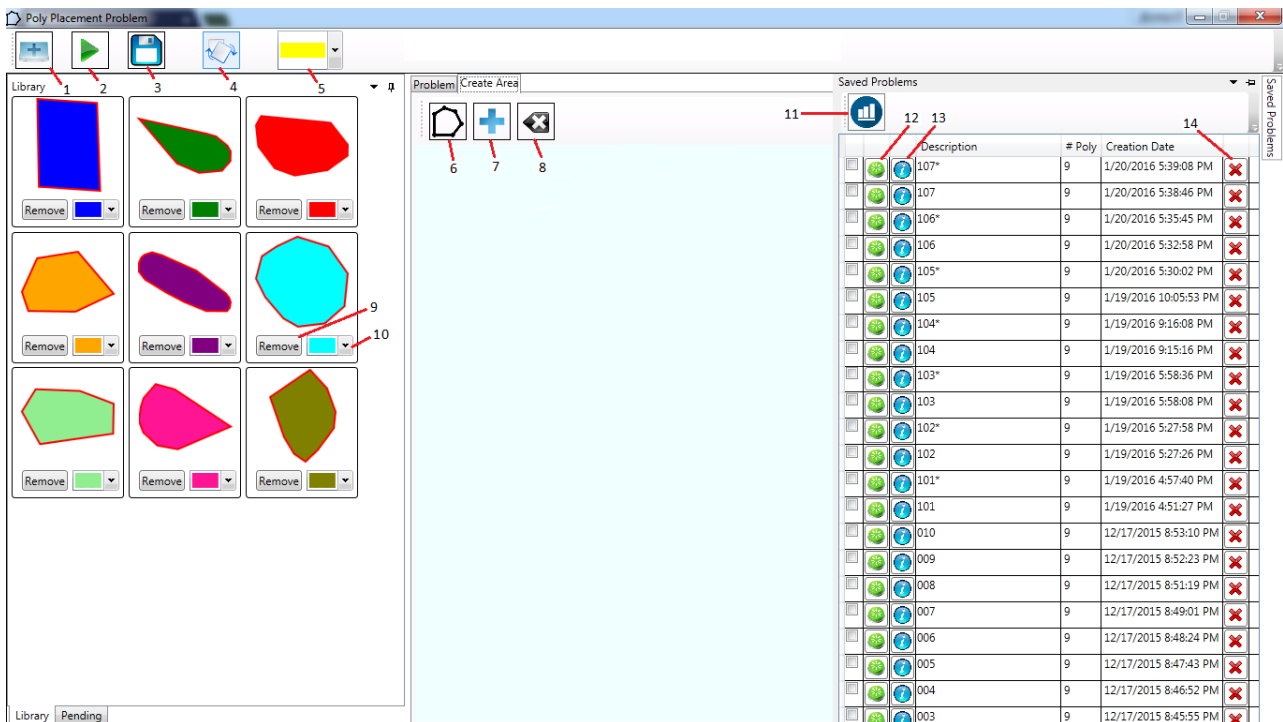










Рис. 11: Засоби керування програмою

2. Приклади розв'язання задач.

Розглянемо декілька прикладів розв'язування задач за допомогою розробленої програми.

В якості вихідних даних візьмемо значення, наведені в таблиці 1, які відповідають розміщенню многокутників на рисунку 12.

Таблиця 1

	X	Y	Angle
	243.8099	278.831	-1.116019
	96.50448	184.5953	-1.088685
	288.6791	164.2155	-1.150465
	433.1228	275.0266	-0.4980395
	227.6728	474.8716	-1.776192
	333.2104	269.4496	0.2167303
	146.9745	305.6293	-0.4005649
	233.766	22.04849	0.2453393

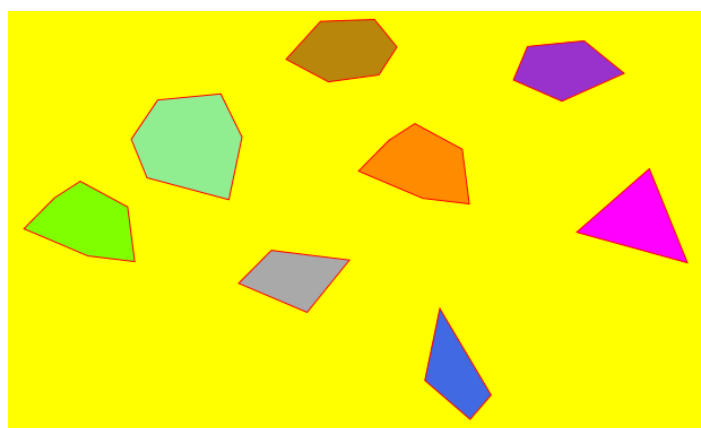


Рис. 12: Початкове розміщення

В результаті розв'язання задачі отримуємо точку локального мінімуму X^* таку, що

$$\min F(X^*) = 45929.4884.$$

У точці X^* лінійні розміри прямокутника $L = 385.5024$ і $H = 119.1419$, а відповідне розміщення наведено на рис. 13.

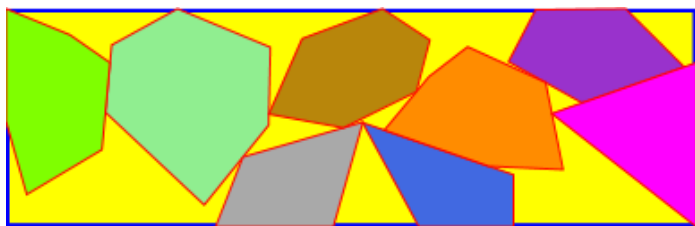


Рис. 13:

Точці локального мінімуму відповідають наступні дані розміщення мно-
гокутників (таб. 2):

Таблиця 2.

DOMAIN: L = 385.5024, H = 119.1419, S = 45929.48839056				
	X	Y	Angle	Vertices
	79.04723	-18.49552	0.4821117	(13.94;77.42), (0;43.26), (23.38;8.64), (79.12;3.25), (98;41.46), (86.31;96.75)
	96.88169	71.49236	-0.4005649	(0;51.75), (28.89;22.61), (98;31.16), (60.56;77.39)
	52.0132	-22.02547	1.170231	(56.72;80.51), (0;56.48), (27.07;29.19), (49.85;14.53), (91.8;37.2), (98;85.47)
	285.7744	-28.74396	0.08843052	(0;57.92), (12.51;28.31), (62.55;23.31), (98;52.09), (42.95;76.69)
	173.4375	84.4264	-0.7099859	(20.7;63.57), (33.94;0), (79.3;76.48), (60.76;98)
	129.0119	2.787096	-0.3137912	(0;57.61), (30.36;24.13), (78.14;22.43), (98;46.83), (82.11;71.43), (37.36;77.57)
	207.0144	10.05074	-0.07506544	(56.72;80.51), (0;56.48), (27.07;29.19), (49.85;14.53), (91.8;37.2), (98;85.47)
	329.1102	-2.529079	0.3854492	(0;64.54), (64.29;8.46), (98;91.54)

Наведемо розв'язання цієї задачі без поворотів (рис. 14), тобто зафіксуємо $\theta_i = 0$, тому розмірність простору розв'язків зменшується на n .

В результаті розв'язання задачі отримуємо точку локального мінімуму X^* таку, що

$$\min F(X^*) = 56357.28085944.$$

У точці X^* лінійні розміри прямокутника $L = 364.3014$, $H = 154.6996$.

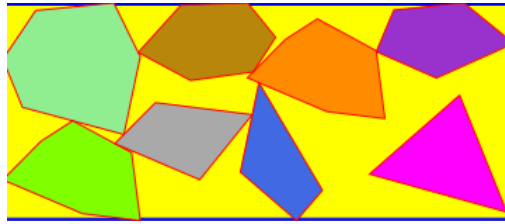










Рис. 14:

Точці локального мінімуму відповідають наступні дані розміщення многокутників (таб. 3):

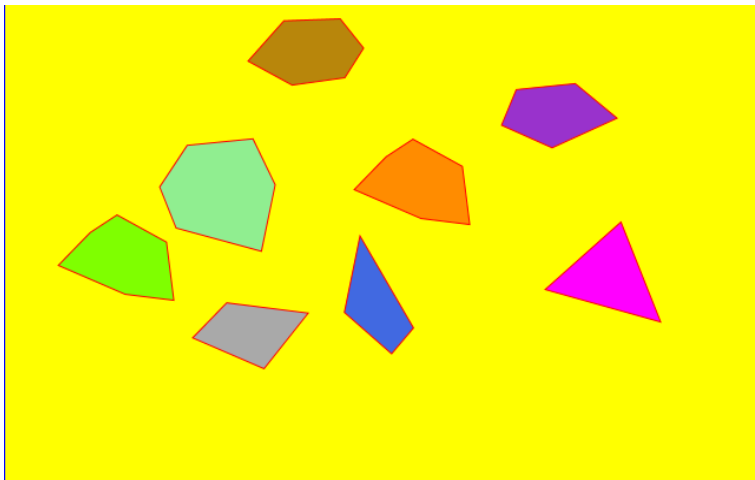
Таблиця 3.

DOMAIN: L = 364.3014, H = 154.6996, S = 56357.28085944				
	X	Y	Angle	Vertices
	79.87791	48.24652	0	(0;51.75), (28.89;22.61), (98;31.16), (60.56;77.39)
	96.50687	-22.42568	0	(0;57.61), (30.36;24.13), (78.14;22.43), (98;46.83), (82.11;71.43), (37.36;77.57)
	0	-3.247706	0	(13.94;77.42), (0;43.26), (23.38;8.64), (79.12;3.25), (98;41.46), (86.31;96.75)
	266.3014	-23.31064	0	(0;57.92), (12.51;28.31), (62.55;23.31), (98;52.09), (42.95;76.69)
	261.4255	57.14013	0	(0;64.54), (64.29;8.46), (98;91.54)
	148.6656	56.69959	0	(20.7;63.57), (33.94;0), (79.3;76.48), (60.76;98)
	174.4184	-3.25292	0	(56.72;80.51), (0;56.48), (27.07;29.19), (49.85;14.53), (91.8;37.2), (98;85.47)
	0	69.23239	0	(56.72;80.51), (0;56.48), (27.07;29.19), (49.85;14.53), (91.8;37.2), (98;85.47)

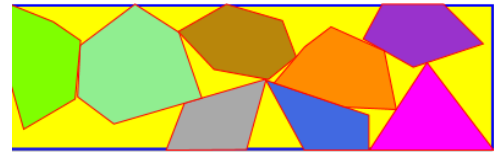
Бачимо, що для однієї і тієї ж початкової точки, при розв'язанні задачі з поворотами отримуємо мінімум функції значно менший, ніж без поворотів. Різниця в даному випадку становить 18.5%.

Зрозуміло, що отриманий результат в розглянутій задачі залежить від початкової точки. Спробуємо, змінюючи цю точку, досягти ще меншого значення площі прямокутника. Проведемо декілька експериментів. Результати розміщень будемо подавати у вигляді рисунків «Початкове розміщення» і «Розв'язок задачі».

Задача 1.



Початкове розміщення



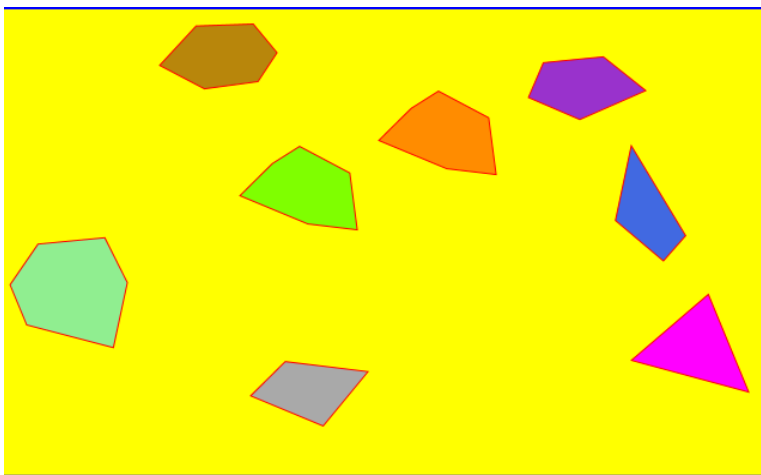
Розв'язок задачі

Рис. 15: до задачі 1

Розміри прямокутника:

$$L = 395.9682, \quad H = 118.5562, \quad S = 46944.4851.$$

Задача 2.



Початкове розміщення



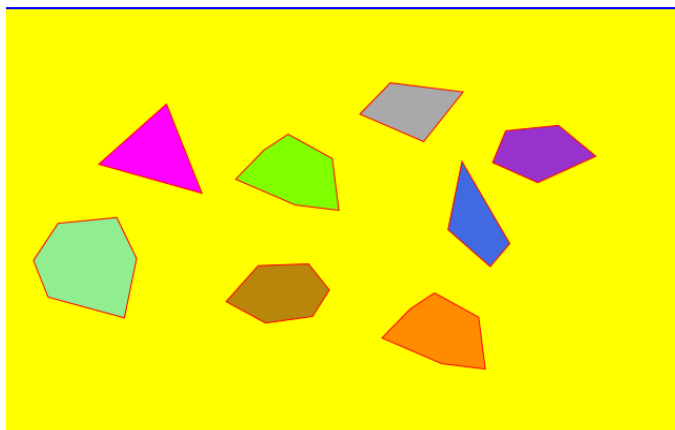
Розв'язок задачі

Рис. 16: до задачі 2

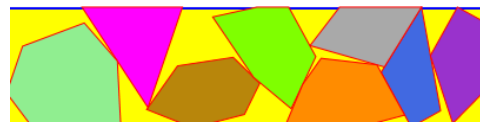
Розміри прямокутника:

$$L = 364.6317, \quad H = 120.309, \quad S = 43868.4475.$$

Задача 3.



Початкове розміщення



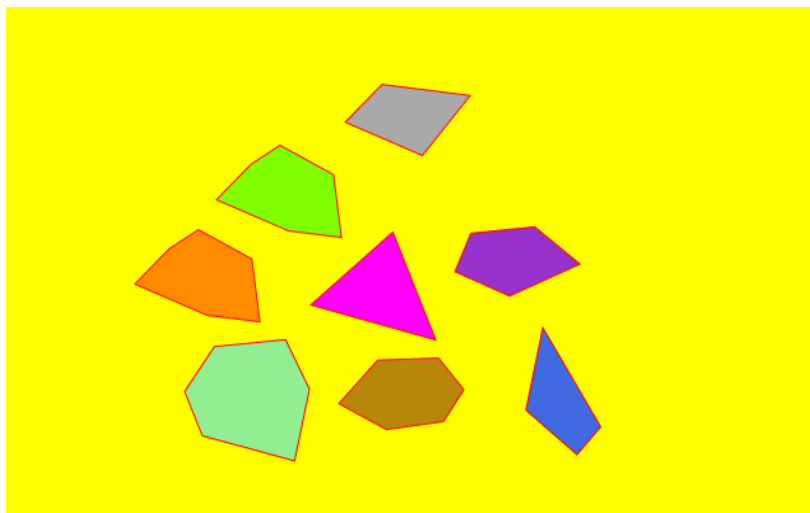
Розв'язок задачі

Рис. 17: до задачі 3

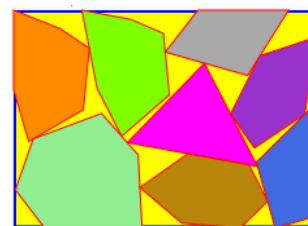
Розміри прямокутника:

$$L = 411.4672, \quad H = 101.868, \quad S = 41915.3407.$$

Задача 4.



Початкове розміщення



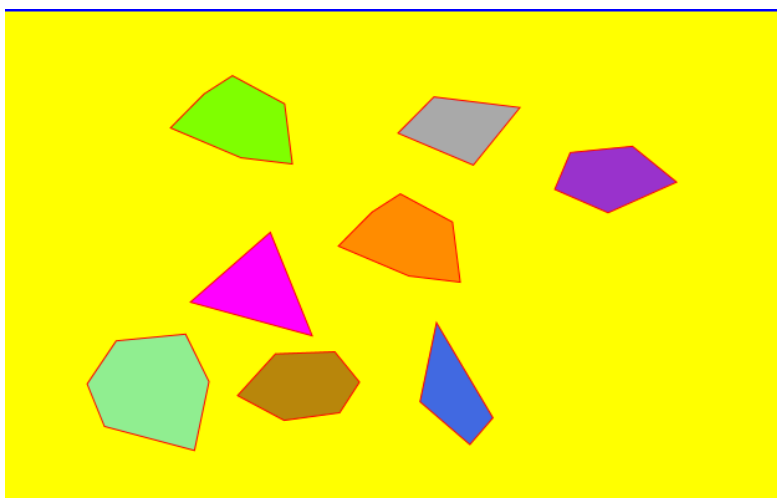
Розв'язок задачі

Рис. 18: до задачі 4

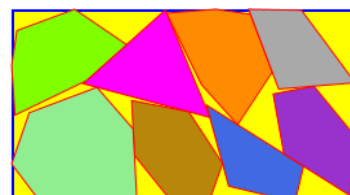
Розміри прямокутника:

$$L = 232.3503, \quad H = 168.3939, \quad S = 39126.373183.$$

Задача 5.



Початкове розміщення



Розв'язок задачі

Розміри прямокутника $L = 266.4012$, $H = 148.6465$, $S = 39599.606$

Найкращі дані отримані при розв'язанні задачі 4. Саме тут отримано мінімальне значення функції цілі: $S = 39126.373183$. На рисунках наведено відповідне розміщення многокутників на початку і в кінці розв'язку задачі, а у таблиці 4 — числові дані цього розміщення

Таблиця 4.

	X	Y	Angle	Vertices
	204.0121	53.13132	0.5828679	(20.7;63.57), (33.94;0), (79.3;76.48), (60.76;98)
	99.26758	-31.47953	0.9796501	(56.72;80.51), (0;56.48), (27.07;29.19), (49.85;14.53), (91.8;37.2), (98;85.47)
	81.67068	38.18016	-0.08684079	(0;64.54), (64.29;8.46), (98;91.54)
	135.8833	75.67089	-1.005691	(0;57.92), (12.51;28.31), (62.55;23.31), (98;52.09), (42.95;76.69)
	-9.80021	97.18973	-0.260989	(13.94;77.42), (0;43.26), (23.38;8.64), (79.12;3.25), (98;41.46), (86.31;96.75)
	109.3479	80.92564	0.2176137	(0;57.61), (30.36;24.13), (78.14;22.43), (98;46.83), (82.11;71.43), (37.36;77.57)
	52.0132	-22.02547	1.170231	(56.72;80.51), (0;56.48), (27.07;29.19), (49.85;14.53), (91.8;37.2), (98;85.47)
	110.017	-18.89255	-0.1230683	(0;51.75), (28.89;22.61), (98;31.16), (60.56;77.39)

Зрозуміло, що можуть знайтись розміщення ще з меншою площею S , але для цього знадобиться провести більшу кількість експериментів.

Висновки

Створене програмне забезпечення може бути використане як в подальших теоретичних дослідженнях, так і в якості оптимізаційного засобу в задачах моделювання розкрою листового матеріалу у різних сферах діяльності людини.

Литература

1. Беннел Дж., Шейтауэр Г., Стоян Ю.Г., Романова Т. Tools of mathematical modeling of arbitrary object packing problems, 2008.
2. Стоян Ю.Г. Размещение геометрических объектов / Ю.Г. Стоян. — Киев: Наук.думка, 1975. — 237 с.
3. Стоян Ю.Г. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов / Ю.Г. Стоян, Н.И. Гиль; Киев: Наук.думка, 1976. — 248 с.
4. Стоян Ю.Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев; Киев: Наук.думка, 1986. — 268 с.

Semkin V., Omelchenko D.

Pedagogical Lyceum of Slovijans'k, city council of Donets'k region, Ukraine;
National Technical University of Ukraine «Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine.

To the question about the application of algorithmic approach while solving of shot-rational inequalities with the method of intervals

The article describes software that has been developed for solving a placement problem of convex polygons in a rectangular domain.

Keywords: *software, placement problem, Φ -function, mathematical model, local minima.*