

<sup>1</sup> студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»

<sup>2</sup> кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри, ДВНЗ «ДДПУ»

<sup>3</sup> кандидат фізико-математичних наук, доцент, КДМТУ

e-mail: pashchenko\_zd@mail.ru; annetvagner@mail.ru

## РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЛАНЦЮГОВИХ ДРОБІВ ГАУСОВИХ ЧИСЕЛ ЗАСОБАМИ МОВИ ПРОГРАМУВАННЯ FREE PASCAL

У статті розглядається реалізація алгоритму представлення ланцюгових дробів гаусових чисел засобами мови програмування Free Pascal. Автори розробили програму для такого представлення.

**Ключові слова:** алгоритми, мова програмування, Free Pascal, гаусові числа, ланцюгові дроби гаусових чисел.

### Вступ

Електронні обчислювальні машини вирішують сьогодні найрізноманітніші завдання — керують процесами, доводять теореми, перекладають тексти з однієї мови на іншу, малюють картини, складають музику ...

Проблема використання криптографічних методів у інформаційних системах (ІС) стала зараз особливо актуальна. З одного боку, розширилося використання комп'ютерних мереж, зокрема глобальної мережі Інтернет, по яких передаються великі обсяги інформації державного, військового, комерційного і приватного характеру, не допускає можливість доступу до неї сторонніх осіб. З іншої сторони, поява нових потужних комп'ютерів, мережових технологій і нейронних обчислень зробило можливим дискредитацію криптографічних систем які ще недавно вважалися практично не уразливими.

В криптографії замість простих натуральних чисел розглядається можливість застосування простих гаусових чисел. Тому досить актуальним є дослідження гаусових чисел та їх представлення.[2]

### Основна частина

На множині чисел виду  $a + bi$ , де  $a, b$  — довільні цілі числа, а  $i$  — є коренем рівняння  $x^2 = -1$ , К. Гаусс вперше побудував теорію подільності, аналогічну теорії подільності цілих чисел. Він обґрунтував справедливість

основних властивостей подільності; показав, що в кільці комплексних чисел існує тільки чотири оборотних елемента  $\pm 1, \pm i$ ; довів справедливність теореми про ділення з залишком, теореми про єдиність розкладання на прості множники; показав, які прості натуральні числа залишаються простими і в кільці  $Z[i]$ ; з'ясував природу простих цілих комплексних чисел.

Розвинена теорія, описана в його праці «Арифметичні дослідження», стала фундаментальним відкриттям для теорії чисел алгебри.

В кільці  $Z[i]$  можливе ділення з остачею, при якому остача менша дільника по нормі. Точніше для будь-яких  $\alpha$  і  $\beta \neq 0$  знайдеться  $\gamma$  таке, що  $\delta(\alpha - \beta\gamma) < \delta(\beta)$ . В якості  $\gamma$  можна взяти найближче до комплексного числа  $\alpha/\beta$  гаусове число. Більше того, кільце  $Z[i] = \{a + bi | a, b \in Z\}$  цілих гаусових чисел є евклідовим.[3]

Враховуючи ці властивості гаусових чисел, довільні комплексні числа можна представити у вигляді ланцюгових дробів. А у вигляді скінченних ланцюгових дробів представляються раціональні гаусові числа і тільки вони.[1] В основі алгоритму цього представлення лежить знаходження такого цілого гаусового числа, яке знаходиться найближче до даного комплексного.

Для створення програми побудови ланцюгового дроби для дроби цілих гаусових чисел ми обрали мову програмування Pascal, а саме компілятор Free Pascal, активна розробка якого велася останні 15 років. Free Pascal Compiler (FPC) — це вільно поширюваний компілятор мови Pascal з відкритими вихідними кодами, поширюється на умовах GNU General Public License (GNU GPL). Середовище має текстовий інтерфейс дуже схожий на інтерфейс Turbo Pascal 7. 0.

Комплексні числа  $z = a + bi$  в алгебраїчному вигляді задаємо як record (запис Паскаля «record» — структурований комбінований тип даних, що складається з фіксованого числа компонентів (полів) різного типу). А вивід чисел виконуємо за допомогою процедури «Вивід», де  $z.re = a, z.im = b$ . Для виконання основних операцій використовуються підпрограми: «Добуток», «Частка», «Різниця».[3] До комплексних чисел ми не можемо напряму застосувати операції div (цілочислове ділення), mod (залишок від ділення) так як їхній тип операндів цілий, а не комплексний. Функції  $int(x)$  — ціла частина числа,  $frac(x)$  — дробова частина числа, також неможна застосовувати, навіть для цілої і уявної частин комплексних чисел окремо, оскільки поняття цілої та дробової частини комплексного числа принципово відрізняється від понять для дійсного числа.

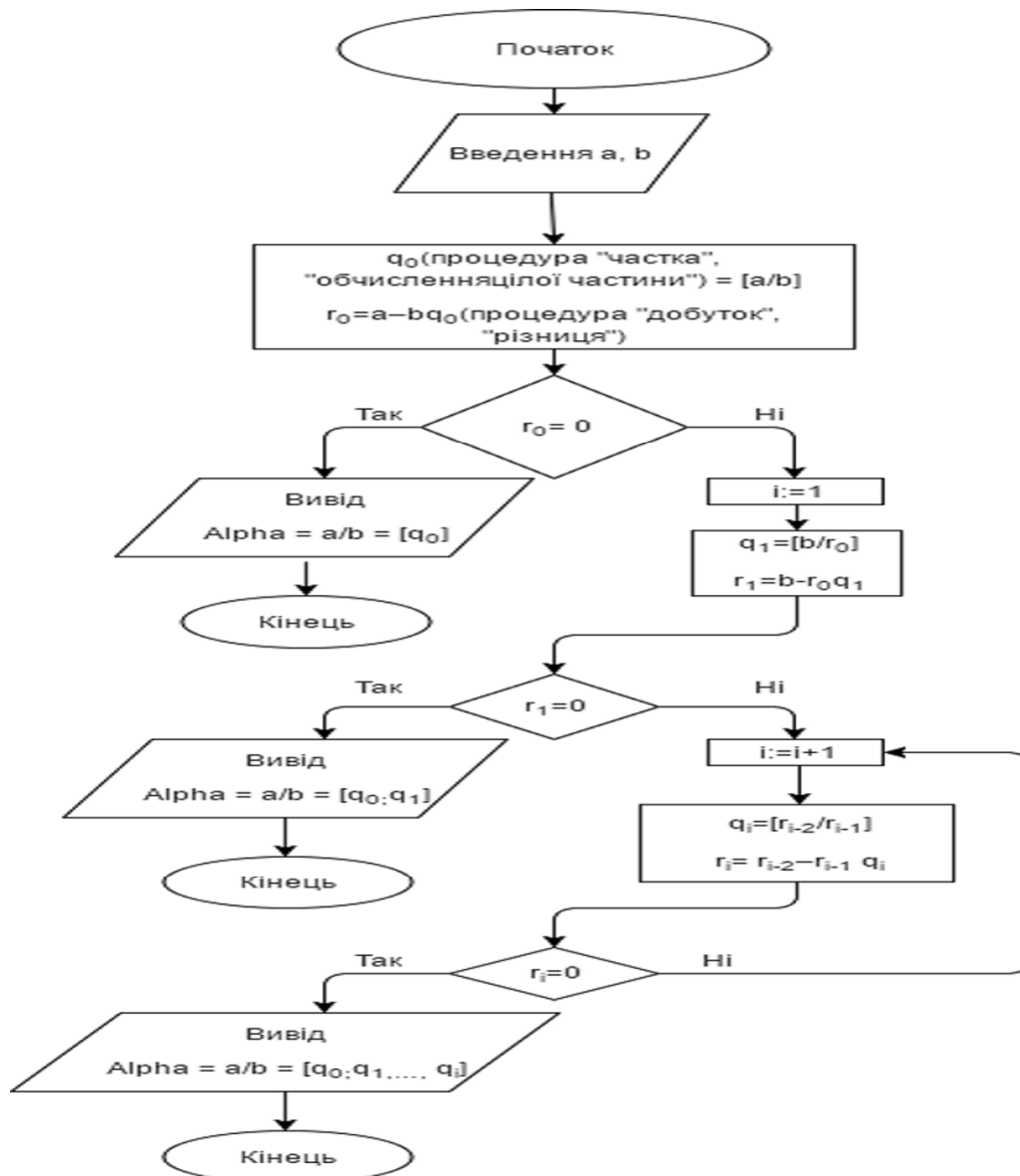
Для знаходження цілої частини комплексного числа ми використовуємо функцію  $round(x)$  — округлення числа. Саме застосування цієї функції до

дійсної та уявної частин комплексного числа дає можливість знайти найближче ціле гаусове число до даного комплексного. Цей процес виконується за допомогою створеної процедури «Обчислення цілої частини»:

```

type complex=record
re,im:real;
end;
procedure Celoe (z:complex; var k:complex);
begin
k.re:=round(z.re);
k.im:=round(z.im);
end;
    
```

Блок-схема створеної програми обчислення ланцюгових дробів раціональних гаусових чисел має наступний вигляд:



Вивід обчисленого ланцюгового дробу раціональних гаусових чисел  $\alpha = a/b = [q_0; q_1, \dots, q_i]$  на екран здійснюється за допомогою оператора циклу з параметром  $j$ .

## Висновки

В роботі представлено програмну реалізацію алгоритму представлення ланцюгових дробів раціональних гаусових чисел на мові програмування Free Pascal. Дана проблема може розвиватися на випадок представлення довільних комплексних чисел у вигляді ланцюгових дробів цілих гаусових чисел з деякою заданою точністю.

## Література

1. Пащенко З.Д., Вагнер Г.О. Скінченні ланцюгові гаусові дробі // Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ. — 2016. — Випуск 6. — С. 26–30.
2. Пащенко З.Д., Рябухо О.М. Цепные дроби гаусовых чисел // «Евразийский союз ученых», ежемесячный научный журнал / ред. кол.: Т.В. Аркулин. — М. : ЕСУ, 2016. — №4(25), ч.5. — С. 32–36.
3. Программирование на Паскале. Режим доступа: <https://pascal.proweb.kz/index.php?page=251>.
4. Требенко Д. Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел : навч. посіб. для студ. математичних спец. вищих педагогічних навч. закладів: У 2 ч. — К. : НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2006. — 395 с.
5. Цепные дроби их применения: сб. научных трудов / под ред. В.Я. Скоробогатько. Институт математики АН УССР. — Киев, 1976. — С. 96–97.

---

### Vagner A.A., Pascenko Z.D., Ryabukho O.M.

Donbas State Teachers' Training University, Slovijans'k, Ukraine  
FSBEI HE, «Kerch State Marine Technological University», Kerch.

### Implementation of the algorithm for representing continued fractions of Gaussian numbers with the Free Pascal programming language

The article considers the Implementation of the algorithm for representing continued fractions of Gaussian numbers with the Free Pascal programming language. The authors developed a program for this representation.

**Keywords:** *algorithm, programming language, Free Pascal, Gaussian numbers, continued fractions of Gaussian numbers.*