

¹ кандидат педагогічних наук, доцент кафедри геометрії та МВМ, ДВНЗ «ДДПУ»

² студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»

e-mail: veraglazova@ukr.net, alina-bessm@ukr.net

ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ GEOGEBRA 5.0 ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ СТЕРЕОМЕТРІЇ

У статті розглядається програма GeoGebra 5.0 та її застосування під час розв'язування задач стереометрії. Наведено приклади стереометричних задач, які доцільно розв'язувати за допомогою інтерактивної геометричної системи GeoGebra 5.0. Задачі супроводжуються методичним коментарем.

Ключові слова: *система динамічної математики; GeoGebra 5.0; стереометрія; тіло обертання; розв'язування задач за допомогою ІКТ.*

Вступ

Останнім часом під час навчання математики часто використовують спеціалізовані програмні засоби, серед яких в окрему групу можна виділити системи динамічної математики. Однією з таких програм є *GeoGebra*. Просторові інструменти цієї програми дозволяють будувати геометричні тіла, їх комбінації, проводити площину через три задані точки (або через дві прямі або через пряму і точку), будувати перетин й інші додаткові елементи геометричних тіл, проводити вимірювання, визначати кути та багато іншого. Окремої уваги заслуговує функція побудови виносних малюнків, завдяки якій можна швидко побудувати креслення будь-якого двовимірного об'єкта (наприклад, зобразити окремо від основного малюнка перетин многогранника або його грань). Можливість креслити в тривимірному просторі відсутня в програмах «Жива геометрія» або «Математичний конструктор». Існує також низка програм для тривимірного моделювання: Компас, 3D Studio Max тощо, але саме GeoGebra дозволяє найбільш яскраво проілюструвати стереометричні аксіоми й теореми, що вивчаються в шкільному курсі.

У роботах М. Жалдака, Ю. Горошка, Є. Вінниченка, С. Ракова, Т. Крамаренко, В. Ракути та ін. розглядаються проблеми, пов'язані з розробкою й упровадженням систем динамічної математики в навчальний процес загальноосвітніх навчальних закладів.

Особливості роботи в динамічному середовищі *GeoGebra*, інтерфейс програми, способи її застосування в навчанні математики, приклади розв'язання окремих задач висвітлено в наукових доробках М. Хохенватера [2], В. Ракути [5], Р. Зіатдинова [3], О. Семеніхіної [6], М. Друшляк [6] та ін.

Мета статті — описати інструменти *GeoGebra 5.0* для розв'язування стереометричних задач, а також навести приклади розв'язання задач з їх використанням.

Основна частина

Програма *GeoGebra 5.0* [1] написана Маркусом Хохенватером на мові Java (працює на великій кількості операційних систем), до її розробки долучилися науковці багатьох країн світу. Вона доступна більш як 50 мовами, зокрема й українською, і в цей час активно розробляється.

GeoGebra — найпопулярніша в світі безкоштовна математична програма за допомогою якої можна розв'язувати різноманітні типи математичних задач: обчислення значення виразів; спрощення дробово-раціональних виразів; розкладання на множники многочленів; розкладання на прості множники числа; побудова графіків функцій і рівнянь, заданих аналітично; графічне розв'язування рівнянь і їх систем; знаходження координат точок перетину графіків двох функцій на заданому проміжку; графічне розв'язування нерівностей і їх систем; побудова різноманітних геометричних фігур тощо. Також *GeoGebra* має великий набір інструментів для створення динамічних комп'ютерних моделей.

Процес навчання наочний завдяки візуальній формі використання програми. Наведемо приклади використання *GeoGebra* для розв'язування задач стереометрії.

Приклад 1. Побудувати фігуру утворену при обертанні кривої $y = \frac{4}{x}$, $x \in [1, 4]$ навколо: а) осі Oy ; б) осі Ox [4].

Методичний коментар: для кращого розуміння учнями фігури утвореної обертанням кривої навколо прямої доцільно застосувати середовище *GeoGebra*, що дає змогу розглянути отриману фігуру в 3D форматі.

Побудова. Встановимо додаткове полотно *Вид/Полотно 3D*, на якому побудуємо необхідну нам фігуру.

В рядку *Введення* записуємо рівняння кривої $f(x) = \frac{4}{x}$.

Задаємо команду: Функція $[f, 1, 4]$ (*На полотні іншим кольором буде відображатися функція: $h(x) = \frac{4}{x}, (1 \leq x \leq 4)$*).

В *Панелі об'єктів* викликаємо контекстне меню функції $f(x) = \frac{4}{x}$ та обираємо інструмент *Показувати об'єкт* (*Графік функції не буде відображатися на полотні*).

Побудуємо фігуру утворену при обертанні отриманої кривої $h(x)$ навколо осі Oy . В панелі інструментів в групі *Спеціальні лінії* обираємо *Паралельні прямі* та будуємо пряму ($i : x = 0$), яка проходить через точку $A(0, 3)$ паралельно Oy . Використовуючи інструмент *Повзунок*, будуємо його на полотні. У вікні яке з'явилося задаємо ім'я (α), значення повзунка (*кут*) та інтервал. На *Полотні 3D* в панелі задач обираємо інструмент *Обертати об'єкт навколо прямої*. Вказуємо об'єкт обертання $h(x)$, потім пряму та вводимо значення кута обертання (α) (*Ми отримали функцію h_1*). В *Панелі об'єктів* викликаємо контекстне меню функції h_1 та обираємо – *Залишити слід*. Викликавши контекстне меню повзунка α обираємо – *Анімація (Ми отримали тіло обертання Рис.1)*.

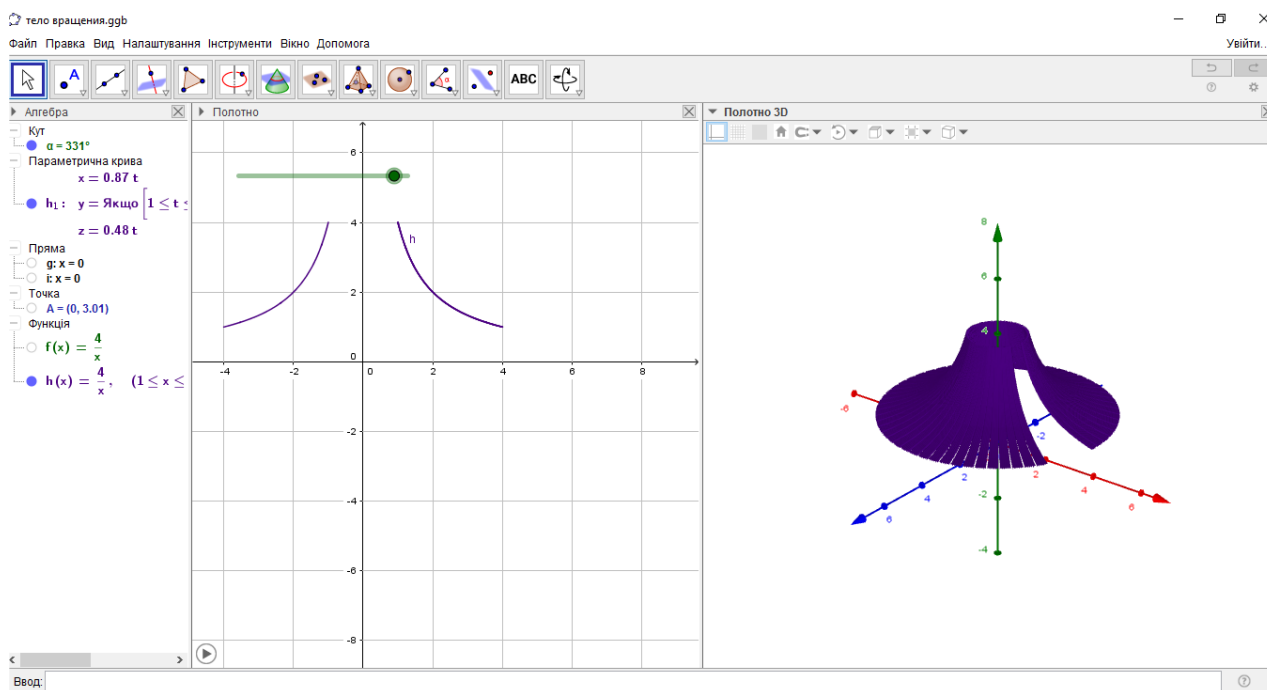


Рис. 1: 3D зображення фігури утвореної обертанням кривої навколо осі Oy

Побудова фігури утвореної при обертанні навколо осі Ox виконується аналогічно.

Однією з особливостей програми *GeoGebra* є можливість побудови динамічного сліду для 3D-об'єктів. Отриманий слід є статичним об'єктом, який не можна динамічно змінювати в подальшому. На жаль, розробниками цієї версії програми не передбачено інструмент *3D-Локус*. Нагадаємо, що для двовимірних об'єктів інструмент *Локус* автоматично будує ГМТ, яке сприймається як самостійний повноцінний об'єкт (до нього можна прив'язати точку, знайти перетин з іншими об'єктами тощо). Але використання саме інструмента *Слід* з позицій методики навчання математики може бути більш ефективним через

потребу фіксувати проміжні результати пошуку, чого не дозволяє інструмент *Локус*.

Приклад 2. Обчисліть площу поверхні тіла, утвореного обертанням рівнобедреного трикутника з бічною стороною a та кутом при вершині 120° навколо прямої, що містить сторону трикутника [4].

Методичний коментар: задача вимагає від учнів розвиненої просторової уяви й бачення складної тривимірної конструкції, тому доцільним є застосування прийому «відхід на площину», який із залученням середовища *GeoGebra* є результативним завдяки передбаченій розробниками одночасній демонстрації тривимірних об'єктів і їх плоского перерізу площиною.

Розв'язування. Встановимо додаткове полотно *Вид/Полотно 3D*, на якому побудуємо необхідну нам фігуру. В *Полотні* на осі Ox побудуємо дві точки B і C та відрізок BC . За допомогою інструмента *Кут заданої величини* побудуємо $\angle ABC = 120^\circ$ (повертаємо точку B навколо точки C на 120°). Обираємо інструмент *Паралельні прямі* та будуємо пряму (p) , яка проходить через точку $P(2, 0)$ паралельно Ox та пряму s , яка проходить через точку A паралельно осі Oy . Використовуючи інструмент *Відрізок* будуємо $\triangle ABC$ та відрізок AO . За допомогою інструмента *Повзунок*, створюємо повзунок на полотні. У вікні яке з'явилося задаємо ім'я (α), значення повзунка (*кут*) та його інтервал. На *Полотні 3D* вибираємо інструмент *Обертати об'єкт навколо прямої* та обертаємо прямі BA і AC навколо прямої p .

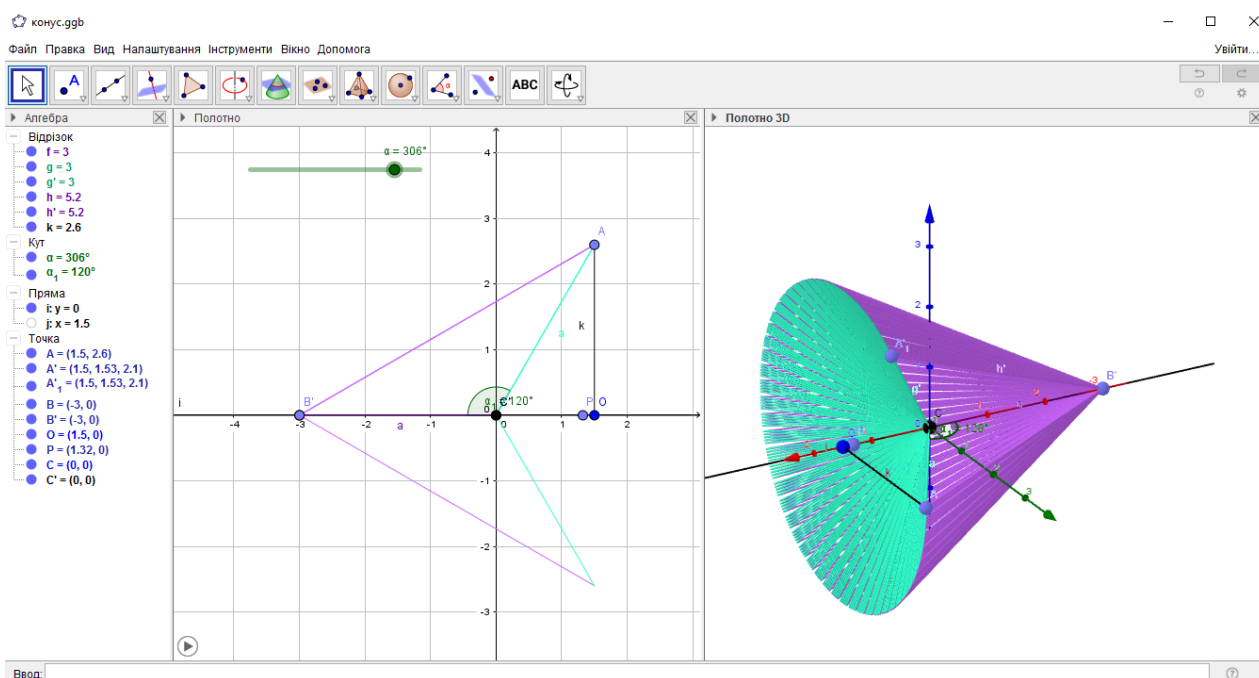


Рис. 2: Інтерактивне поєднання 2D і 3D зображень під час розв'язання задач

Використовуючи рис. 2 приходимо до висновку що утворена фігура є конусом радіуса OA і висотою BO , з якого вирізали конус радіуса OA і висотою CO . Тоді площа утвореної фігури дорівнює сумі площ бічних поверхонь цих конусів, тобто $S = S_{BO} + S_{CO}$, де $S_{BO} = \pi \cdot AO \cdot AB$ і $S_{CO} = \pi \cdot AO \cdot AC$.

Висновки

При традиційному проведенні уроків з геометрії потрібні численні побудови з використанням креслярських інструментів, які займають багато часу. Використання комп'ютерних інструментів системи динамічної математики *GeoGebra* під час навчання геометрії уможливорює підвищення інтересу до вивчення предмету, відображує максимальну наочність розв'язування задач, урізноманітнює форми і методи роботи на уроках з метою підвищення їх ефективності, оптимізує навчальний процес.

Література

1. GeoGebra. [Елект. ресурс]. — Режим доступу : <https://www.geogebra.org>.
2. *Hohenwarter M.* Введение в GeoGebra (версия 4.2) [Електронний ресурс] / Markus Hohenwarter, Judith Hohenwarter. — 153 с. — Режим доступу : <https://static.geogebra.org/book/intro-ru.pdf>.
3. *Ziatdinov R.* Dynamic geometry environments as a tool for computer modeling in the system of modern mathematics education. [Electronic resource] / RushanZiatdinov, Valery M. Rakuta. // European Journal of Contemporary Education. — 2012. — № 1(1). — Р. 93–100. — Режим доступу : http://ejournal1.com/journals_n/1348513764.pdf.
4. Геометрія : 11 кл. : підруч. для загальноосвіт. навч. закл. : академ. рівень, профіл. рівень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. — К. : Генеза, 2011. — 336 с.
5. *Ракута В. М.* Система динамічної математики GeoGebra як іноваційний засіб для вивчення математики / В. М. Ракута // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2012. — № 4 (30).
6. *Семеніхіна О.В.* Інструментарій програми Geogebra 5.0 і його використання для розв'язування задач стереометрії / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2014. — Т. 44, вип. 6. — С. 124–133. — Режим доступу : http://nbuv.gov.ua/UJRN/ITZN_2014_44_6_14.

Hlazova Vira V., Bezsmertna A. V.

Donbas State Teachers' Training University, Slovijans'k, Ukraine.

Using the GeoGebra 5.0 for solving stereometry tasks

The article considers GeoGebra 5.0 and its using in solving stereometry tasks. The article contains examples of solving stereometry tasks which are expedient to solve with the help of an interactive geometric system GeoGebra 5.0. Tasks are accompanied by a methodological commentary.

Keywords: *dynamic mathematics system; GeoGebra 5.0; stereometry; solid of revolution; the use of ICT to solving stereometry tasks.*
