

¹ кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри, ДВНЗ «ДДПУ»

² студентка 4 курсу фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»

e-mail: kaydannv@gmail.com

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАВДАНЬ ТЕОРІЇ ГРАФІВ

У статті обговорюються особливості систем комп'ютерної математики при розв'язанні завдань теорії графів. Наводяться загальні характеристики систем комп'ютерної математики для вирішення задач дискретної оптимізації. Представлені основні функції сервісу MathPartner для вирішення завдань теорії графів. Представлено опис розв'язку завдання про знаходження найкоротшого шляху між вершинами графу.

Ключові слова: комп'ютерна математика, MathPartner, математична освіта, теорія графів, хмарна математика.

Вступ

Особистісна орієнтація освіти, впровадження освітніх інновацій, інформаційно-комунікаційних технологій, ґрунтовне використання окремих компонентів комп'ютерно-орієнтованих систем навчання у поєднанні з традиційними методами, формами та засобами навчання студентів, створення сучасних засобів навчання та виховання, забезпечення ними навчальних закладів є пріоритетними напрямками в навчально-виховному процесі. [9] У контексті навчання інформатичних дисциплін важливою запорукою реалізації цієї освітньої парадигми є фундаменталізація навчання. Як інноваційна педагогічна технологія можуть бути використані системи комп'ютерної математики (СКМ), оскільки вони є середовищем для проектування та використання програмних засобів підтримки навчання фундаментальних дисциплін.

Засоби ІКТ невпинно вдосконалюються, причому змінюються не лише окремі програмні продукти та системи, платформи їх реалізації, а також розвиваються принципи та методи їх проектування та використання, концептуальні засади впровадження. Саме тому набуття глибоких фундаментальних знань з інформатичних дисциплін дає змогу студенту самостійно підвищувати рівень своєї компетентності, адаптуватися до умов швидкої зміни технологічних парадигм, знайти своє місце на ринку праці. Показником

інтелектуальної потужності комп'ютерів стали новітні системи комп'ютерної математики. СКМ випускаються різного рівня складності – від гнучкої системи Mathcad, зручної для символьних обчислень системи Derive до систем Mathematica, Matlab, Maple із можливістю графічної візуалізації обчислень.

Використання в навчанні здобувачів вищої освіти спеціальності 014.04 Середня освіта (математика) програмного забезпеченням спеціального призначення, до якого належать і системи комп'ютерної математики, є надзвичайно важливим, оскільки їх вивчення та використання буде сприяти розширенню та поглибленню знань студентів як з інформатики, так і з математичних дисциплін, оволодінню студентами вміннями розв'язувати задачі різноманітного характеру та формуванню навичок застосування сучасних математичних пакетів у процесі вивчення фізико-математичних дисциплін і в майбутній професійній діяльності.

Проблема застосування в навчальному процесі комп'ютерних технологій та інформаційного методичного забезпечення ретельно досліджується вітчизняними й зарубіжними науковцями та методистами. Зокрема, питання впровадження комп'ютерних освітніх технологій розглядали у своїх роботах М. Жалдак, С. Рибак, В. Ключко, Ю. Рамський, М. Львов та інші дослідники.

Поширення набувають різноманітні засоби комп'ютерної математики, зокрема програмні, які, на думку М.І. Жалдака [7], доцільно умовно поділити на дві великі групи: програмне забезпечення навчально-дослідницького призначення та програмне забезпечення науково-дослідницького призначення.

Науково-дослідницьке програмне забезпечення за призначенням, структурою та функціями науковці умовно поділяють на кілька груп, а саме: математичні пакети вузької спеціалізації (GAP, Macaulay, Singular та ін.), програмні засоби візуалізації математичних даних (GnuPlot, JMol, LaTeX), системи геометричного моделювання (Autodesk 3ds Max, ANSYS та ін.), системи комп'ютерної математики (Derive, Maple, Matlab, Mathematica, MathCAD, Maxima, Sage, MathPartner та ін.)

Основна частина.

У практиці прийняття рішень в самих різних областях людської діяльності доводиться стикатися з завданнями, які належать до задач дискретної оптимізації, багато з яких, як відомо, належать класу NP. Існує безліч методів, алгоритмів і програмних засобів вирішення цих завдань. У зв'язку з цим справедливо очікувати можливості їх вирішення системами комп'ютерної математики. Вони являють собою спеціалізовані програмні пакети розв'язуван-

ня математичних завдань різного характеру. До числа найбільш популярних СКМ належать пакети Maxima, Matlab, Mathematica, Maple, Mathcad.

Програма Maxima призначена для символьних обчислень і має безкоштовне розповсюдження з відкритим вихідним кодом. Вивчення програми Maxima та реалізація в ній графів, орграфів і розв'язання на основі них прикладних задач допомагає студентам у вивченні теорії графів. Система комп'ютерної математики Matlab, має потужний набір засобів для розв'язання різноманітних задач неперервної оптимізації у вигляді пакетів Optimization Toolbox та Global Optimization Toolbox, але не містить вбудованих функцій для розв'язування задач комбінаторної оптимізації. [3]

Використання вбудованого розширення Combinatorica системи комп'ютерної математики Mathematica дозволяє використовувати близько 450 функцій для побудови та дослідження графів, і як наслідок, представлені функції розв'язання задач дискретної оптимізації, інтерпретованих як задачі теорії графів, серед яких Dijkstra, ShortestPath, MinimumSpanningTree, NetworkFlow, TravelingSalesman. [6]

Програмний продукт Maple (від компанії MapleSoft) є потужним інструментом, що містить в собі більше двох тисяч команд, що дозволяють користувачу вирішувати безліч математичних задач. Вирішення завдань оптимізації в даній СКМ реалізовані за допомогою таких пакетів як Global Optimization, Optimization, Simplex, а також у випадку розв'язування задач на графах - Network, Graph Theory. [2]

Система комп'ютерної математики Mathcad орієнтована на побудову інтерактивних документів для проведення розрахунків з візуалізованим супроводом. Для чисельного розв'язку задач пошуку локального мінімуму або максимуму в Mathcad представлені вбудовані функції – Minner, Minimize і Maximize. Однак в Mathcad не передбачено спеціальне розширення для роботи з графами, однак користувач може досить гнучко використовувати вбудований потужний графічний редактор. [5]

Однак, в останнє десятиліття інформаційні технології зазнають серйозних змін, швидкими темпами розвиваються хмарні технології. Це призводить до появи нового покоління систем комп'ютерної математики, а саме до математичних сервісів широкого призначення. Одним з таких сервісів є система комп'ютерної математики Math Partner, який доступний за адресою mathpar.cloud.unihub.ru. [1] Новий сервіс є безкоштовним. Кожен може створювати в ньому свій хмарний математичний зошит і робити в ньому необхідні розрахунки. Мовою цього сервісу є мова Mathpar, в основі якої лежить широко використовувана математиками та фізиками мова TeX, яка зазвичай

використовується для набору математичних текстів. Є можливість зберегти як постановку задачі, так і її розв'язок. При цьому можна зберігати й текстовий вигляд (Mathpar, TeX або MathML) і зображення (pdf, jpg).

Для роботи з графами використовується команда $\backslash\text{searchLeastDistances}(A)$, яка дозволяє знайти найменші відстані між усіма вершинами графа. В результаті буде отримана матриця найкоротших відстаней між вершинами. Команда $\backslash\text{findTheShortestPath}(A, i, j)$ дозволяє знайти найкоротший шлях між вершинами i та j .

Розглянемо приклад: Зважений граф $G = (V, E)$, у якого $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ задано матрицею ваг:

$$A = \begin{pmatrix} - & 11 & 6 & - & 9 & 8 & - & 10 & - \\ 11 & - & - & 3 & -2 & 3 & - & 2 & 1 \\ 6 & - & - & - & 2 & 1 & 4 & - & 2 \\ - & 3 & - & - & - & 5 & - & 1 & 2 \\ 9 & - & 2 & - & - & 1 & 2 & - & 3 \\ 8 & 3 & 1 & 5 & 1 & - & 3 & 4 & - \\ - & - & 4 & - & 2 & 3 & - & - & 1 \\ 10 & 2 & - & 1 & - & 4 & -2 & - & 5 \\ - & 1 & 2 & 2 & 3 & - & 1 & 5 & - \end{pmatrix}$$

Якщо за допомогою алгоритму Форда-Белмана знаходити для цього графа найкоротші шляхи від вершини 0 до усіх інших вершин, то хід виконання цього алгоритму зручно ілюструвати у вигляді таблиці:

1	2	3	4	5	6	7	8
11	6	12	9	8	10	10	8
10		10	8	7	9		
9			7		8		
0, 1	0, 2	0, 2, 5, 3	0, 4	0, 5	0, 2, 6	0, 7	0, 2, 8
0, 2, 5, 1		0, 2, 8, 3	0, 2, 4	0, 2, 5	0, 2, 8, 6		
0, 2, 8, 1			0, 2, 8, 1, 4		0, 7, 6		

Процес отримання результату наведеного прикладу в системі комп'ютерної математики Math Partner має наступний вигляд: записуємо матрицю ваги $SPACE = R64MinPlus[x, y]$;

$$A = \begin{bmatrix} \infty & 11 & 6 & \infty & 9 & 8 & \infty & 10 & \infty \\ 11 & \infty & \infty & 3 & -2 & 3 & \infty & 2 & 1 \\ 6 & \infty & \infty & \infty & 2 & 1 & 4 & \infty & 2 \\ \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & 5 & \infty & 1 & 2 \\ 9 & \infty & 2 & \infty & \infty & 1 & 2 & \infty & 3 \\ 8 & 3 & 1 & 5 & 1 & \infty & 3 & 4 & \infty \\ \infty & \infty & 4 & \infty & 2 & 3 & \infty & \infty & 1 \\ 10 & 2 & \infty & 1 & \infty & 4 & -2 & \infty & 5 \\ \infty & 1 & 2 & 2 & 3 & \infty & 1 & 5 & \infty \end{bmatrix};$$

Потім команду $\text{findTheShortestPath}(A, i, j)$, яка дозволяє знайти найкоротший шлях між вершинами i та j

```
X = findTheShortestPath(A, 0, 1); print(X);
Y = findTheShortestPath(A, 0, 2); print(Y);
Z = findTheShortestPath(A, 0, 3); print(Z);
Q = findTheShortestPath(A, 0, 4); print(Q);
W = findTheShortestPath(A, 0, 5); print(W);
R = findTheShortestPath(A, 0, 6); print(R);
T = findTheShortestPath(A, 0, 7); print(T);
P = findTheShortestPath(A, 0, 8); print(P);
```

Результат виконання розрахунків, який збігається з таблицею, виглядає наступним чином:

```
X = [0, 2, 8, 1]
Y = [0, 2]
Z = [0, 2, 8, 3]
Q = [0, 2, 8, 1, 4]
W = [0, 2, 5]
R = [0, 7, 6]
T = [0, 7]
P = [0, 2, 8]
```

Застосування цієї СКМ дає змогу швидко та зручно зробити перевірку громіздких математичних розрахунків.

Висновки

Коли ми обираємо математичний пакет серед усієї різноманітності систем комп'ютерної математики, слід враховувати декілька факторів: потреби для яких необхідна СКМ (для наукових досліджень чи все-таки для супроводу

навчального процесу), вартість математичного пакету (якщо система є комерційною) та тип задач, які необхідно розв'язувати.

Використання «хмарних» засобів є перспективним напрямом розвитку СКМ, коли виникає більше можливостей адаптації середовища навчання до рівня навчальних досягнень студентів, їх індивідуальних потреб та мети. Звернення до програмного забезпечення, яке вже знаходиться на віртуальному робочому місці студента, не потребує витрачання навчального часу на інсталяцію й оновлення, створює умови для більш диференційованого підходу до організації навчання, дає можливість зосередитися на вивченні основного матеріалу.

Math Partner – це система комп'ютерної математики нового покоління. Поява таких систем позначиться на всіх прикладних сферах: в науці, техніці, економіці. Відкритий математичний сервіс «Math Partner» представляє нове покоління систем символічно-чисельних розрахунків. На відміну від відомих представників систем комп'ютерної алгебри, таких як Mathematica і Maple, даний сервіс є вільно доступним, їм можна скористатися з будь-якого пристрою, який має в своєму розпорядженні сучасний браузер.

Що стосується можливостей вирішення оптимізаційних задач, то існуючі СКМ мають в своєму складі вбудовані функції, переважно орієнтовані на розв'язання задач безперервної оптимізації. Однак в рамках СКМ створені та створюються розширення та окремі функції для вирішення задач дискретної оптимізації, які перш за все допускають трактування в термінах теорії графів.

Література

1. *Malaschonok G.I. Way to Parallel Symbolic Computations / G.I.Malaschonok – International conference «Cloud computing. Education. Research. Development» – Moscow, 2011.*
2. *Maple. Online Help* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.maplesoft.com/support/help/Maple>
3. *Matlog: Logistics Engineering MATLAB Toolbox* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.ise.ncsu.edu/kay/matlog>.
4. *Morgan M. Introduction to Maple's GraphTheory Package / Morgan M. — MapleSoft. Maple Conference 2013 Proceedings, 2013. — P. 1-22.*
5. *PTC User's Guide. Mathcad 14.0* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://ru.scribd.com/doc/3239532/Mathcad-14-Users-Guide>.
6. *Wolfram Mathematica 9 Documentation center* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://reference.wolfram.com/mathematica>
7. *Жалдак М.І. Математика з комп'ютером: посібник для вчителів. — 2-ге вид. / М.І.Жалдак, Ю.В.Горошко, Є.Ф.Вінниченко — К.: НПУ імені*

Драгоманова, 2009. — 282 с.

8. Львов М.С. Концепція програмної системи підтримки математичної діяльності / М.С.Львов // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: зб. наук. пр. — К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2003. — Вип. 7. — С. 36–48.
9. Рамський Ю.С. Місце і роль математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю.С.Рамський, К.І.Рамська // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. — 2008. — № 6 (18). — С. 53–59.

Kaydan Nataliya V., Turanenko Christina A.

Donbas State Teachers' Training University, Slovijans'k, Ukraine.

Using of the system of computer mathematics in solving the problem of graph theory

The article discusses the features of the systems of computer mathematics in solving problems of the theory of graphs. The general characteristics of the systems of computer mathematics are given. The basic service functions for solving MathPartner graph theory are presented. The description of the solution of the problem of finding the shortest path between graph peaks is submitted.

Keywords: *computer mathematics, MathPartner, mathematical education, graph theory, cloudy mathematics.*
