

УДК 535.31:372.853

**Ткаченко В.М., Костюк С.О., Черевань Є.О.**

<sup>1</sup> кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики, ДВНЗ «ДДПУ»

e-mail: [tkachenkovn2@gmail.com](mailto:tkachenkovn2@gmail.com),

ORCID 0000-0003-1042-2656

<sup>2</sup> здобувач магістерського РВО фізико-математичного факультету, ДВНЗ «ДДПУ»

e-mail: [kostuk1037@gmail.com](mailto:kostuk1037@gmail.com),

ORCID 0009-0001-8525-0046

<sup>3</sup> учитель математики та фізики, Володимирівський ліцей Межівської селищної ради Дніпропетровської області

e-mail: [evgenija0604@gmail.com](mailto:evgenija0604@gmail.com),

ORCID 0000-0002-1265-455X

## АНАЛІТИЧНИЙ АНАЛІЗ НАЙПРОСТІШИХ ОПТИЧНИХ ЦЕНТРОВАНИХ СИСТЕМ

У статті продемонстровано застосування формули тонкої лінзи до аналізу найпростіших оптичних центрованих систем. При цьому акцентовано увагу на використанні правил знаків.

**Ключові слова:** найпростіші оптичні центровані системи, збиральна лінза, розсіювальна лінза, правила знаків, дійсне зображення, уявне зображення.

### Вступ

*Постановка проблеми.* Не в багатьох підручниках з фізики продемонстровано виведення формули тонкої лінзи. Часто автори наводять формулу (див., наприклад, [1], [4]), яка не співпадає з класичною [2], [3]. Відмінність у тому, що автори використовують різні правила знаків, які не відразу можна знайти в тексті.

#### Метою статті є

- порівняння формул тонкої лінзи наведених у різних підручниках;
- аналіз використаних в них правил знаків;
- застосування формули тонкої лінзи до аналізу найпростіших оптичних центрованих систем.

### Основна частина

Тіло, виготовлене з прозорої речовини, обмежене двома поверхнями (у загальному випадку сферичної форми), називають оптичною лінзою. Лінзу називають тонкою коли її товщина нехтовно мала порівняно з радіусами кривизни поверхонь, що її обмежують, і відстанню предмета від лінзи. Лінза – це приклад найпростішої оптичної центрованої системи. В ній центри кривизни обох заломлюючих поверхонь знаходяться на одній прямій – головній оптичній осі.

При виведенні формули тонкої лінзи застосовують нульовий інваріант Аббе для обох сферичних заломлюючих поверхонь, що обмежують лінзу [2], [3]. В результаті отримуємо шукану формулу тонкої лінзи:

$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \left( \frac{n_l}{n_{сеп}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (1)$$

де  $n_l$  і  $n_{сеп}$  – абсолютні показники заломлення речовини лінзи і середовища, в якому вона знаходиться, відповідно;

$d$  – відстань предмета від лінзи;

$f$  – відстань від лінзи до зображення предмета;

$R_1$  - радіус кривизни поверхні, що обмежує лінзу, яка першою зустрічається на шляху світлового променя;

$R_2$  - радіус кривизни поверхні, що обмежує лінзу, яка другою зустрічається на шляху світлового променя.

Величини  $d, f, R_1$  і  $R_2$  - алгебраїчні, тобто можуть бути додатними і від'ємними. Для цих величин використовують правила знаків.

*Правило знаків 1 (найбільш загальне).*

Лінійні відрізки вздовж головної оптичної осі лінзи вважаються додатними, якщо напрям відліку їх від лінзи збігається з напрямом поширення світла, і від'ємними, якщо - в протилежний бік. Радіус кривизни поверхні вважається додатним, якщо напрям відліку від лінзи до центру кривизни збігається з напрямом поширення світла, і від'ємним, якщо - в протилежний бік.

*Правило знаків 2 (менш загальне).*

Якщо предмет розташувати ліворуч від лінзи, то головну оптичну вісь можна розглядати як числову вісь з нулем в оптичному центрі лінзи. Лінійні відрізки вздовж головної оптичної осі лінзи вважаються додатними, якщо вони знаходяться праворуч від лінзи і від'ємними, якщо – ліворуч. Радіус кривизни поверхні вважається додатним, якщо центр кривизни знаходиться праворуч від оптичного центру лінзи і від'ємним, якщо – ліворуч.

Права частина формули (1) називається оптичною силою лінзи  $D$ :

$$D = \left( \frac{n_l}{n_{сеп}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (2)$$

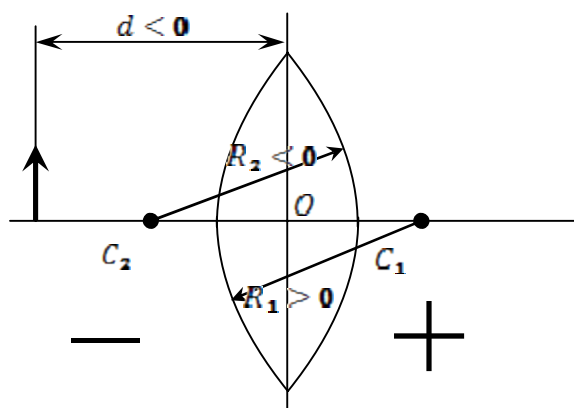
$$D = \frac{1}{F} \quad (3)$$

де  $F$  - фокусна відстань.

Лінза називається збиральною якщо паралельні промені після заломлення в ній перетинаються в дійсній точці. Лінза є розсіювальною якщо паралельні промені після заломлення в ній стають розбіжними.

Фокусну відстань, а відповідно і оптичну силу збиральної лінзи вважають додатними, а розсіювальної - від'ємними.

1. Проаналізуємо формулу (1) для двоопуклої лінзи. Для визначення знаків алгебраїчних величин в ній скористаємось правилом знаків 2 (див. рис. 1)



**Рис. 1.:** демонстрація правила знаків для двоопуклої лінзи.  
 $C_1$  і  $C_2$  – центри кривизни поверхонь, що обмежують лінзу.

Тоді права частина формули тонкої лінзи набуває вигляду:

$$D = \frac{1}{F} = \left( \frac{n_l}{n_{cep}} - 1 \right) \left( \frac{1}{|R_1|} - \frac{1}{-|R_2|} \right) = \left( \frac{n_l}{n_{cep}} - 1 \right) \left( \frac{1}{|R_1|} + \frac{1}{|R_2|} \right) \quad (4)$$

Звідки видно, що при  $n_l > n_{cep}$  (надалі обмежимося цим випадком) оптична сила  $D$  і фокусна відстань  $F$  двоопуклої лінзи будуть додатними ( $D > 0$ ,  $F > 0$ ). Тобто така лінза буде збиральною (наприклад, скляна двоопукла лінза в повітрі).

Тоді, з урахуванням правила знаків, формула (1) набуває вигляду:

$$\frac{1}{|d|} + \frac{1}{f} = \frac{1}{|F|} \rightarrow f = \frac{|d| \cdot |F|}{|d| - |F|} \quad (5)$$

Із аналізу формули (5) маємо:

$$f > 0, \text{ при } |d| > |F| \quad (6)$$

$$f < 0, \text{ при } |d| < |F| \quad (7)$$

Це означає, що у випадку, коли предмет знаходиться за фокусом збиральної лінзи, його зображення буде дійсним. А коли предмет знаходиться між фокусом і збиральною лінзою, зображення буде уявним.

2. Проаналізуємо формулу (1) для двоввігнутої лінзи. Для визначення знаків алгебраїчних величин в ній скористаємось правилом знаків 2 (див. рис. 2)

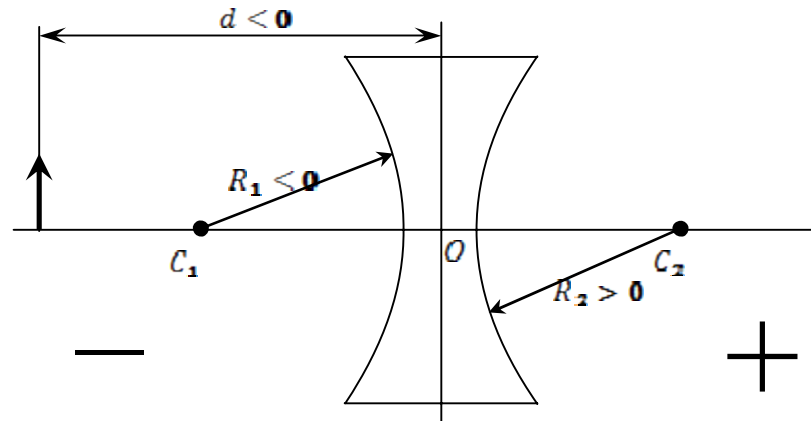


Рис. 2.: демонстрація правила знаків для двоввігнутої лінзи.

Тоді права частина формули тонкої лінзи набуває вигляду:

$$D = \frac{1}{F} = \left( \frac{n_l}{n_{\text{сеп}}} - 1 \right) \left( -\frac{1}{|R_1|} - \frac{1}{|R_2|} \right) = - \left( \frac{n_l}{n_{\text{сеп}}} - 1 \right) \left( \frac{1}{|R_1|} + \frac{1}{|R_2|} \right) \quad (8)$$

Звідки видно, що при  $n_l > n_{\text{сеп}}$  (надалі обмежимося цим випадком) оптична сила  $D$  і фокусна відстань  $F$  двоввігнутої лінзи будуть від'ємними ( $D < 0, F < 0$ ). Тобто така лінза буде розсіювальною (наприклад, скляна двоввігнута лінза в повітрі).

Тоді, з урахуванням правила знаків, формула (1) набуває вигляду:

$$\frac{1}{|d|} + \frac{1}{f} = -\frac{1}{|F|} \rightarrow f = -\frac{|d| \cdot |F|}{|d| + |F|} \quad (9)$$

Із аналізу формули (9) маємо:

$$f < 0, \text{ незалежно від співвідношення між } |d| \text{ і } |F| \quad (10)$$

Це означає, що у розсіювальній лінзі зображення предмета завжди буде уявним.

Аналіз формул (4) і (8) свідчить про те, що при  $n_l < n_{\text{сеп}}$  двоопукла лінза стає розсіювальною, а двоввігнута – збиральною. Наприклад, таких же форм двоопукла і двоввігнута повітряні лінзи у воді.

Автори робіт [1] і [4] пропонують запис формули тонкої лінзи (1) у вигляді:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \left( \frac{n_l}{n_{\text{сеп}}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = D = \frac{1}{F} \quad (11)$$

У якій для алгебраїчних величин  $d, f, R_1, R_2, D$  і  $F$  використовують наступне правило знаків.

*Правило знаків 3 (практичне).*

Якщо лінза збиральна, то її фокусну відстань  $F$  вважають додатною. Коли ж лінза розсіювальна, то - від'ємною. Відстань  $f$  від лінзи до зображення додатна, якщо зображення дійсне, і від'ємна – коли уявне.

Відстань  $d$  від предмета до лінзи додатна, якщо предмет дійсний, і від'ємна, коли він уявний, тобто коли на лінзу падає система збіжних пучків променів, і продовження променів кожного збіжного пучка перетинаються в деякій точці, яка є точкою уявного предмета [4].

Для опуклої поверхні лінзи радіус кривизни вважається додатним, а для ввігнутої – від'ємним.

## Висновки

Аналіз для двоопуклої та для двоввігнутої лінз формули (11) із використанням *правила знаків 3* дає такі ж результати як і аналіз формули (1) із використанням *правила знаків 1*, або - *правила знаків 2*.

При виведенні формули тонкої лінзи в педагогічних закладах вищої освіти потрібно знайомити студентів з різними записами формули тонкої лінзи. Необхідно акцентувати увагу на використанні в них різних правил знаків при практичному застосуванні.

## Література

1. Бар'яхтар В. Г., Божинова Ф. Я., Кірюхін М. М., Кірюхіна О. О. Фізика. 11 клас. Академічний рівень. Профільний рівень : підручник для загальноосвіт. навч. закл. Харків : Видавництво «Ранок», 2011. 320 с.
2. Кучерук І. М., Горбачук І. Т. Загальний курс фізики: навчальний посібник у 3 т. Т. 3: Оптика. Квантова фізика. Київ : Техніка, 1999. 520 с.
3. Ландсберг Г. С. Оптика. Москва : Наука, 1976. С. 272–301.
4. Нечволод М. К., Голоденко М. М., Прун А. Ф. Курс фізики. Оптика. Фізика мікрочастинок: навч. посібник. Київ : Просвіта, 2001. 322 с.

---

### **Volodymyr M. Tkachenko, Serhii O. Kostyuk, Yevheniia O. Cherevan**

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine;

Volodymyriv Lyceum of the Mezhyv Settlement Council, Demuryne village, Mezhyvskyi district, Dnipropetrovsk region, Ukraine.

#### **Analytical analysis of the simplest optical centered systems**

The article demonstrates the application of the thin lens formula to the analysis of the simplest optical centered systems. At the same time, attention is focused on the use of sign rules.

**Keywords:** *the simplest optical centered systems, converging lens, diverging lens, sign rules, real image, imaginary image.*

---