

УДК 373.5.016:512

Бібікова І.В., Вертипорох Т.О., Турка Т.В.¹ *учитель математики вищої категорії, звання «старший вчитель» Дніпровського ліцею № 129 Дніпровської міської ради*e-mail: inbib@ukr.net,

ORCID 0000-0001-6012-074X

² *здобувачка другого (магістерського) РВО за ОП «Середня освіта (Математика)», фізико-математичний факультет ДВНЗ «ДДПУ»*e-mail: taiaviertiporoh@gmail.com,

ORCID 0009-0006-8704-0348

³ *кандидат фізико-математичних наук, доцент, ДВНЗ «ДДПУ»*e-mail: vturka@gmail.com,

ORCID 0000-0001-6445-2223

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ФУНКЦІЙ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Стаття присвячена огляду сучасних методичних підходів до вивчення функцій в шкільному курсі математики. Розглядаються загальні поняття функції та її введення в середній школі, а також різні методи та форми, що використовуються вчителями для формування уявлень учнів про поняття функції, її властивості та графіки. Результати статті отримані з досвіду викладання в школі.

Ключові слова: *функція, графік функції, властивості функції, аналітичний вираз функції, способи задання функції, методи та форми подання функції.*

Вступ

Постановка проблеми: В сьогодення нечасто можна зустріти вчителя математики, який не чув від учнів запитань про те, де їм можуть знадобитися знання про функції та як їх використовувати. Зараз дане запитання набуває актуальності як ніколи, бо складно уявити сучасного школяра на дистанційному навчанні без електронних пристроїв, інноваційно-комунікаційних технологій та мережі Інтернет, адже функції використовуються для опису та моделювання природних явищ, таких як рух планет, поширення епідемій та зміна клімату. Вивчення цих моделей може допомогти учням краще зрозуміти світ навколо них.

Результати дослідження останніх років довели, що існують певні методики вивчення функцій в шкільному курсі математики, які є більш ефективними, ніж інші. Серед яких, можемо виділити: практичний підхід, використання візуалізації, використання інформаційно-комунікаційних технологій, зв'язок з життям, індивідуальний підхід і т.д. Використання даних методик може зробити вивчення функцій більш цікавим, ефективним та корисним для учнів.

Дослідженням функції та методики її введення займалися І. Бондар, Б.Б. Беседін, О.Б. Курилко, С.В. Кушніренко, В.В. Собчук, О.М. Станжицький, В.Б. Цань, А.А. Черепашук та інші дослідники, а також педагоги.

Функції відіграють фундаментальну роль у шкільній математиці, слугуючи моделями для опису та дослідження залежностей між величинами.

Їх вивчення дає учням потужний інструмент для аналізу та розв'язання задач з різних галузей науки та техніки.

Метою статті є описання сучасних методів та форм вивчення теми «Функції» в шкільному курсі математики.

Основна частина

У сучасному світі, де панує інформаційна епоха, знання про функції стають дедалі важливішими. Функції пронизають усі сфери життя, від опису руху небесних тіл до моделювання складних економічних процесів. Вивчаючи функції, учні вчаться абстрагуватися від конкретних ситуацій та бачити загальні закономірності, що робить їх мислення більш гнучким та аналітичним.

Тож вчитель перед вивченням нової теми, в мотиваційній хвилині може пояснити, в яких сферах життя є корисні функції. Наприклад,

1. Математика та природничі науки:

- моделювання: функції використовуються для математичного опису та прогнозування поведінки реальних систем. Наприклад, фізики використовують функції для моделювання руху об'єктів, хіміки – для моделювання хімічних реакцій, а біологи – для моделювання росту популяцій;

- аналіз даних;
- оптимізація;

2. Комп'ютерні науки та інформаційні технології:

- програмування: функції є одними з основних будівельних блоків комп'ютерних програм. Вони дозволяють розбивати код на модульні частини, що робить його більш зрозумілим, гнучким та багаторазовим;

- алгоритми: функції використовуються для опису алгоритмів, які є чітко визначеними послідовностями кроків для розв'язування задач;
- машинне навчання.

3. Інженерія та техніка:

- електроніка: функції використовуються для опису роботи електронних схем, таких як підсилювачі та фільтри;

- механіка: функції використовуються для опису руху механічних систем, таких як маятники та пружини;

- будівництво: функції використовуються для розрахунку навантажень на конструкції та проектування будівель та споруд.

4. Економіка та фінанси:

- моделювання економіки;

- інвестування: функції використовуються для аналізу ризиків та доходності інвестицій;

- фінансове планування: функції використовуються для складання бюджетів та прогнозування фінансових потоків.

5. Соціальні науки:

- соціологія: функції використовуються для аналізу соціальних даних, таких як опитування та переписи;
- психологія: функції використовуються для моделювання поведінки людей;
- лінгвістика: функції використовуються для аналізу мови та мовних моделей.

Отже, функція є багатогранне поняття, яке використовується в більшості сфер життя.

Оскільки на разі є чинна навчальна програма 5-9 класів для загальноосвітніх шкіл, яка затверджена Наказом Міністерства освіти і науки України від 07.06.2017 № 804 [3], то поняття функції та функціональної залежності вводиться в курсі алгебри 7 класу при вивченні теми: «Функції», і продовжує розглядатися до 11 класу з різним рівнем навчання. Тому засвоєння поняття функції, вивчення простих елементарних функцій та їх властивостей, оволодіння прийомами дослідження функцій і побудови їх графіків елементарними методами – є ключовими завданнями курсу алгебри для 7-9 класів. Даний функціональний матеріал розподілений по роках навчання, поступово ускладнюється [2, 90].

Формальне поняття «функції» в 5-6 класах ще не вивчається, пропедевтично вводяться базові концепції залежності між змінними. Учні вчаться будувати таблиці значень змінних, аналізувати дані та створювати лінійні діаграми на їх основі. Ці навички закладають фундамент для подальшого розуміння функціональних відношень у 7 класі.

У 7 класі знайомлять з одним із основоположних математичних понять – поняттям функції. Разом з цим вивчаються такі ключові аспекти, як область визначення, область значення та графік функції. Формуються знання про способи її задання, а також детально розглядається лінійна функція, її графік та основні властивості. Ці відомості використовуються для наочного представлення розв'язків лінійних рівнянь з однією змінною, а також систем двох лінійних рівнянь з двома змінними. Вивчення інших видів функцій відбувається в контексті відповідного матеріалу інших змістових ліній шкільного курсу алгебри [4, 10-11].

Поняття функції має багатовікову історію уточнення та розширення, але Г. Лейбніц був першим, хто вжив термін «функція» у своїх роботах, пов'язавши його з геометричними поняттями. Але спираючись на дослідження О. Черепашук, вже у 1718 році Йоганн Бернуллі сформулював перше означення функції. Згідно з його визначенням, функція змінної величини – це будь-яка величина, що утворюється з цієї змінної та сталих величин. І в 1748 році Л. Ейлер уточнив це визначення, зазначивши, що функція змінної величини – це аналітичний вираз, складений з цієї величини та чисел або сталих величин [5, 161].

П. Діріхле, досліджуючи проблему визначення функції, зазначив, що спосіб встановлення відповідності між значеннями « x » і « y » не має принципового значення. Він запропонував таке означення функції: *функцією від x називається будь-яка залежність, яка ставить у відповідність кожному значенню x одне й те саме значення y , незалежно від способу встановлення цієї відповідності.*

Після введення основного поняття функції та функціональної залежності, учні разом з тим починають знайомитися із способами подання функції. Шляхом аналізу першоджерел: «Начала» Евкліда, «Метод флюксій та нескінченних рядів» Ісаака Ньютона, «Трактат про аналітичну геометрію» Рене Декарта, «Таблиці логарифмів» Джона Непера та ін., автори підручників «Алгебра 7 клас», О. Істер, А. Мерзляк, В. Полонський, М. Якір та ін. виокремили способи задання функції, серед яких:

- аналітичний спосіб: функцію можна представити у вигляді формули, яка описує її значення для будь-якого значення аргументу;
- табличний спосіб: функцію можна представити у вигляді таблиці, де для кожного дискретного значення аргументу вказано відповідне значення функції;
- графічний спосіб: функцію можна представити у вигляді графіка, який візуалізує залежність значення функції від аргументу;
- описовий (словесний) спосіб: функцію можна описувати словесно, пояснюючи, як вона працює і які значення приймає для різних аргументів [1, 132-133].

В середній школі учні на уроках алгебри знайомляться не лише з лінійною функцією, а й з функціями вигляду: *обернена, квадратна, квадратний корінь* і т.д., їх ще називають елементарними функціями.

Елементарні функції – це найпростіші функції, які використовуються в математиці, вони мають багато важливих застосувань у математиці, фізиці, інженерії та інших галузях. В середній школі вивчення функцій стає одним із ключових етапів у розвитку математичних знань учнів. Функція – це математичне співвідношення, яке одному значенню незалежної змінної x ставить у відповідність одне значення залежної змінної y .

Проаналізувавши 4 підручники, з'ясували, що автори використовують логічний підхід, поступово вводячи поняття функції через різні приклади та задачі. Це допомагає учневі краще зрозуміти суть поняття та його різні аспекти. Після наведення прикладів, дається лаконічне визначення функції, яке підсумовує всі розглянуті аспекти.

Отже, ми дослідили, що існує декілька основних підходів:

- Аксиоматичний: поняття функції вводиться через теорію, яка описує її основні властивості.
- Описовий: поняття функції вводиться описово, як відповідність між елементами двох множин.
- Графічний: поняття функції вводиться через графік.

- **Прикладний:** поняття функції вводиться через приклади з реального життя.

Кожен з цих підходів має свої переваги та недоліки. Аксиоматичний підхід дає лаконічне та формальне визначення поняття функції, але може бути складним для розуміння учнів. Описовий підхід більш зрозумілий, але може бути не таким точним. Графічний підхід дає наочне уявлення про функцію, але не завжди може бути застосований до всіх типів функцій. Прикладний підхід робить поняття функції більш актуальним для учнів, але може бути не таким систематичним.

Вибір підходу залежить від багатьох факторів, таких як вік та рівень підготовки учнів, цілі навчання, контекст, в якому воно відбувається, та особисті вподобання вчителя. Саме тому в сучасній українській освіті використовується гнучка система рівнів вивчення математики, що дозволяє вчителям обирати найбільш оптимальний підхід для кожної групи учнів, серед яких: рівень стандарту, академічний, профільний рівень та поглиблений рівень вивчення. Після обрання рівня навчання вчителі створюють календарне планування в яке, обов'язково, входять теми: «Функції, їх властивості та графіки» або «Степеневі функції», а також «Тригонометричні функції», «Похідна функції та її дослідження», «Показникова та логарифмічна функції».

У старшій школі представлення функцій відіграє вирішальну роль у формуванні учнями розуміння та запам'ятовування математичних понять. Ефективні методи та форми представлення функцій мають важливе значення для того, щоб школярі усвідомили складність цієї фундаментальної математичної теми. Використовуючи різні методики, педагоги можуть покращити досвід навчання, сприяти залученню та довгому збереженню функціональних знань серед учнів старшої школи.

Отже, виділимо основні методи та форми ефективного подання функцій у старшій школі:

- Традиційні методи роботи з функціями – метод, який базується на словесному поясненні, з використанням різних інструментів.
- Інноваційні методи подання функцій, які ґрунтуються на використанні сучасних технологій та підходів для візуалізації та дослідження функцій, що робить навчання більш цікавим, динамічним та ефективним.
- Використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у поданні функцій, що відкриває нові можливості для візуалізації, дослідження та розуміння функцій, роблячи навчання більш динамічним, цікавим та ефективним.

Форми організації навчальної діяльності з подання функцій залежить від цілей уроку, рівня підготовки учнів, матеріально-технічної бази в кабінеті, методики викладання та інших факторів.

Дані методи та форми роботи можна пояснити наступним чином:

1. Традиційні методи:

- подання за допомогою формул – це використання математичних виразів для опису функцій; запис функції тільки змінними та їх коефіцієнтами.

- табличне подання – це створення таблиці, де вказані значення аргументу (x) та відповідні їм значення функції (y).

- графічне подання – це побудова графіка на координатній площині; визначення точок перетину графіку з осями координат; дослідження точок екстремумів та інтервалів зростання/спадання функції.

- описово – це пояснення властивостей функції на основі її формули, таблиці та графіка; опис змін функції при різних значеннях аргументу.

2. Інноваційний метод:

- Використання комп'ютерних програм та онлайн-сервісів: програми для побудови графіків: GeoGebra, Desmos, Function Plotter; інтерактивні навчальні посібники: Khan Academy, PhET Interactive Simulations; 3D-візуалізація функцій: Wolfram MathWorld, MathLand.

- Проектно-орієнтоване навчання: учні досліджують функції в контексті реальних проектів.

- Проблемне навчання: учням ставляться проблемні питання або задачі, які вони повинні вирішити за допомогою функцій.

- Використання методів гейміфікації: навчання відбувається у формі гри, що робить його більш цікавим та захоплюючим.

3. Використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у поданні функцій

- візуалізація: побудова графіків функцій з можливістю масштабування, обертання та динамічного дослідження; 3D-візуалізація складних функцій для кращого розуміння їх властивостей; використання анімації для демонстрації динаміки зміни функції;

- інтерактивність: можливість досліджувати функції самостійно, змінюючи параметри та спостерігаючи за зміною графіка; розв'язування інтерактивних задач та вправ з використанням функцій; створення власних графіків та моделей функцій;

- доступність: широкий спектр онлайн-ресурсів та програм, доступних безкоштовно або за доступною ціною; можливість використання ІКТ вдома або в класі; індивідуалізація навчання з урахуванням темпу та потреб кожного учня.

4. Форми організації навчальної діяльності з подання функцій:

- Фронтальна: вивчення основних понять функції (область визначення, область значень, зростання/спадання, точки екстремуму); дослідження графіків різних типів функцій (лінійні, квадратичні, експоненціальні, логарифмічні і т.д.); розв'язування задач з використанням функцій (рівняння, нерівності, системи рівнянь).

- Групова: дослідження властивостей функції за допомогою графіків; розробка моделі реального процесу за допомогою функції; створення мультимедійних презентацій на тему «Функції».

- Індивідуальна: виконання тренувальних вправ з побудови графіків функцій; розв'язування задач з використанням функцій підвищеної складності; підготовка виступу на тему «Застосування функцій у різних галузях».

- Комбінована: вивчення нового матеріалу за допомогою фронтального уроку з наступним закріпленням знань та навичок на групових та індивідуальних завданнях; проведення проектної роботи, де учні на різних етапах роботи працюють як самостійно, так і в групах.

Отже, на основі даного матеріалу можемо зробити висновок, що методи та форми подання функції в залежать від більшості факторів: рівневої підготовки учнів; оснащення кабінету матеріально-технічною базою, якщо дистанційне навчання, то оснащення вчителя, учнів та віртуального кабінету на платформі, де працює школа; професійної компетентності вчителя та ін.

Висновки

Вивчення функцій у шкільному курсі математики є важливою складовою частиною загальноосвітньої підготовки учнів. В сучасній освіті використовуються різноманітні методи та форми до вивчення теми «Функції», які спрямовані на:

- формування в учнів глибоких та ґрунтовних знань про функції та їх властивості;

- розвиток вмінь досліджувати функції за допомогою різних методів;

- вдосконалення навичок застосування функцій для розв'язування задач з різних галузей математики та інших предметів;

- виховання в учнів інтересу до математики та прагнення до самостійного вивчення нових знань.

Оптимальний вибір методів та форм до вивчення теми «Функції» залежить від віку та рівня підготовки учнів, цілей навчання, матеріально-технічної бази кабінету, методики викладання та інших факторів.

Використання різноманітних методів та форм до вивчення теми «Функції» сприяє більш глибокому та ґрунтовному засвоєнню учнями матеріалу, розвитку їхньої математичної компетентності, формуванню вмінь досліджувати та застосовувати знання про функції для розв'язування задач.

Таким чином, вивчення функцій в шкільному курсі математики є важливою та актуальною темою, яка має значний вплив на розвиток математичних знань та вмінь учнів, а також на їхню підготовку до подальшого навчання та професійної діяльності.

Література

1. Алгебра : підруч. для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. – Київ : Генеза, 2015. 256 с.
2. Беседін Б., Шульгіна А. Узагальнення і систематизація знань учнів 7-9 класів з теми «Функція та її графіки». *Збірник наукових праць фізико-математичного факультету ДДПУ*. 2022. № 12. С. 89–94. URL: <https://doi.org/10.31865/2413-26672415-3079122022261535>;
3. Оновлення навчальних програм для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів від 26 травня 2017 року № 804 «Про оновлені навчальні програми для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів»: Наказ МОН України від 07 червня 2017 р. № 804. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v0804729-17#Text>
4. Станжицький О.М., Собчук В.В., Кушніренко С.В., Курилко О.Б., Цань В.Б. Методичні вказівки та завдання для самостійної роботи з дисципліни «Методика навчання математики». Частина III «Функції в шкільному курсі математики» для студентів спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) механіко-математичного факультету, 2022. 224 с.
5. Черепашук О.О. Історичний розвиток поняття функції. *Збірник наукових праць «Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Історія науки і техніки»*, 2008. № 53, 159 - 168 с..

Inna V. Bibikova, Taisia O. Vertypokh, Tetiana V. Turka

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine

The method of studying functions in the school course of mathematics

The article is devoted to the review of modern methodological approaches to the study of functions in the school mathematics course. The general concepts of the function and its introduction in secondary school are considered, as well as various methods and forms used by teachers to form students' ideas about the concept of a function, its properties and graphs. The results of the article are obtained from the experience of teaching at school.

Keywords: *function, graph of a function, properties of a function, analytical expression of a function, ways of specifying a function, methods and forms of presenting functions.*
