

УДК 373.5.091.398:51

Величко В.Є., Сенчук І.В.¹ доктор педагогічних наук, професор кафедри МНМ та МНІ, ДВНЗ «ДДПУ»e-mail: velichko@ddpu.edu.ua, ORCID 0000-0001-9752-0907² здобувачка другого (магістерського) РВО за ОП «Середня освіта (Математика)», фізико-математичний факультет ДВНЗ «ДДПУ»e-mail: enesh19@ukr.net, ORCID 0009-0008-3722-4135

ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ»

У статті розглядається процес формування математичної компетентності учнів під час вивчення теми «Похідна та її застосування». Зосереджено увагу на інтеграції теоретичних знань і практичних задач, що дозволяє учням усвідомити реальне значення похідної в різних галузях науки та повсякденному житті. Використання практичної направленості курсу математики, сучасних технологій, інтерактивних методів навчання та міждисциплінарних підходів розкриває нові можливості для зацікавлення учнів та підвищення їхньої мотивації до навчання. Стаття акцентує на важливості застосування реальних задач, проектної діяльності для формування ключових навичок і критичного мислення. У висновку підкреслюється необхідність комплексного підходу до навчання, що включає теоретичну підготовку, практичні заняття та використання інноваційних методик, для досягнення високого рівня математичної компетентності учнів.

Ключові слова: математична компетентність, навчання математики, електронні освітні ресурси

Вступ

Постановка проблеми. Математична компетентність є найважливішою з базових для сучасної людини. Вивчення теми "Похідна та її застосування" є однією з ключових у формуванні математичних навичок та вмінь учнів, через її фундаментальність для багатьох областей математики. Вона сприяє розвитку аналітичного та логічного мислення, розв'язанню складних проблем. Це допомагає учням розвинути важливі когнітивні навички, необхідні для формування математичного мислення. Розуміння концепції похідної та її застосування надає можливість учням аналізувати математичні моделі задач, особливо тих задач, що відбуваються у реальному житті. Це допомагає їм приймати обґрунтовані рішення та прогнозувати результати експериментальних досліджень. Похідна є важливою концепцією для багатьох областей науки та техніки, таких як фізика, економіка, інженерія, прикладна математика тощо. Формування математичної компетентності в цій темі дозволить учням успішно застосовувати здобуті знання в майбутньому. Вивчення теми «Похідна та її застосування» сприяє формуванню навичок розв'язування складних задач та стимулює учнів до пошуку творчих рішень,

а тому проблема формування математичної компетентності учнів в процесі вивчення теми «Похідна та її застосування» є актуальною.

Згідно з визначенням PISA, математична грамотність (Mathematical Literacy) це «здатність людини формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику в різноманітних контекстах» [1, с. 6]. При цьому акцент робиться не на конкретних математичних вміннях, а на загальніших навичках, таких як математичне мислення, математична аргументація, постановка та розв'язання математичних задач, математичне моделювання, використання різних математичних мов, інформаційних технологій та комунікативні вміння. Ця термінологія має відношення до знанієвого підходу. З точки зору компетентнісного підходу, математична компетентність визначається як «поєднання математичних знань, вмінь, досвіду і здатностей людини», які забезпечують розв'язання різних проблем, що потребують застосування математики [2]. Як бачимо, різні підходи не виключають необхідність мати фундаментальні знання та відповідно навички їх застосування. А тому постає питання формування математичної компетентності учнів в процесі вивчення теми «Похідна та її застосування», що є важливим компонентом фундаментальної підготовки учнів.

Мета дослідження полягає у визначенні основних підходів до формування математичної компетентності учнів у процесі вивчення похідної функції.

Основна частина

З точки зору компетентнісного підходу математична компетентність досліджувалась багатьма дослідниками. Сутність та структуру математичної компетентності розглядав М.С. Головань у своєму дослідженні. Автор дійшов висновку, що математична компетентність це “інтегративне утворення особистості, що поєднує в собі математичні та загальнонавчальні знання, вміння, навички, досвід математичної та загальнонавчальної діяльності, особистісні якості, які обумовлюють прагнення, готовність і здатність розв'язувати проблеми й завдання, що виникають в реальних життєвих ситуаціях і потребують використання математичних методів розв'язання, усвідомлюючи при цьому значущість предмету і результату діяльності” [3]. Дане означення пасує до нашого дослідження, а тому будемо спиратись саме на нього.

Основи формування, структура та рівні математичної алгоритмічної компетентності визначено у дослідженні В.В. Колорського та А.М. Капіносова [4]. Автори вважають математичну алгоритмічну компетентність одним з видів математичної компетентності, головна увага якої полягає у здатності вирішувати математичні задачі за алгоритмом, тобто по знаній, зрозумілій та заздалегідь відомій процедурі. Метод формування математичної алгоритмічної компетентності автори побудували на методиці поетапного оволодіння науковими знаннями (за Я.А. Коменським) і включає

наступні етапи [4]: початковий (теорія, аналіз); середній (практика, синтез); головний (застосування, міркування); завершальний (застосування, розмірковування).

Ткачук Г. та Медведєва М. розглядали проблему формування математичної компетентності студентів педагогічних університетів в умовах неформальної освіти [5]. Фокус дослідження було спрямовано на дидактичні можливості масових відкритих онлайн курсів при вивченні навчальної дисципліни “Лінійна алгебра”. Серед висновків дослідників необхідно виділити наступне, що на сьогодні “... існує велика кількість освітніх онлайн-платформ, які можна використати у процесі математичної підготовки студентів педагогічних університетів та сформувати їх математичну компетентність” [5, с. 45].

До традиційних методів навчання математики відносять перш за все класно-урочну форму організації навчання, де знання передаються через пояснення нового матеріалу, його опрацювання та закріплення виконанням типових тематичних вправ та завдань. Заплановано виконується поточна та підсумкова перевірка знань, вмінь та навичок через самостійні та контрольні роботи. При цьому активно використовують навчальний підручник та, за наявності, збірник вправ та завдань за темами. Основна проблема, на наш погляд, і це підтверджується результатами міжнародних програм оцінювання учнів - катастрофічний відрив математичних знань, що отримують учні під час вивчення математики і її реальним використанням в повсякденному житті, в інших навчальних дисциплінах, навіть при розв'язуванні вигаданих текстових або графічних задач. Ця проблема не нова і її вирішенню присвітили свої дослідження багато вчених. Вже більш ніж п'ятдесят років в різних країнах досліджували проблему міжпредметних зв'язків. Дослідники дійшли висновку, що прикладна направленість вивчення математики є необхідною умовою зростання математичних навичок, необхідних для застосування у реальному житті. На превеликий жаль, ця концепція не знайшла своєї практичної реалізації.

Наступним етапом впровадження математичних знань у практичну площину стало створення підходу STEM. Основною ідеєю STEM, як зазначають Крамаренко Т.Г. та Пилипенко О.С., є “... прикладне, міждисциплінарне і трансдисциплінарне навчання” [7, с.6]. У своєму навчально-методичному посібнику автори не тільки наводять теоретичні викладки стосовно ідеї STEM-освіти, а й наводять конкретні приклади реалізації STEM-підходу під час викладання математики. Зокрема у третьому розділі наводяться методичні засади формування STEM-компетентностей здобувачів освіти у навчанні математики з непоодинокими прикладами застосування похідної. Цей факт не є випадковістю. Там, де можна знайти або побудувати функціональну залежність, завжди є місце її аналізу, а найпростішим засобом аналізу функції є її похідна. Отже, похідна відіграє значну роль у різноманітних концепціях і підходах за умови наявності або

можливості побудувати, функціональну залежність між двома множинами. Автори навчально-методичного посібника застосовують методи, що мають інноваційний і нетрадиційний характер. А отже, STEM-підхід є ні чим іншим як інноваційним методом навчання математики, що підтверджується дослідженням В.Є. Величка, Н.В. Кайдан, О.Г. Федоренко та В.П. Кайдан [8].

Не менш значимим при викладанні математики є використання гейміфікації. Ця технологія бере свій початок з «серйозних ігор», тобто тренінгових ситуацій для працівників компаній для підвищення їх компетентностей в професійній сфері. Гейміфікація підходить для будь-якого рівня середньої освіти, і може базуватись на сучасних інформаційних технологіях [9]. Не варто недооцінювати і можливості віртуальної та доповненої реальності. І хоча для цих технологій зазвичай необхідним є додаткове обладнання, деякі елементи доповненої реальності можуть бути корисними при викладанні математики використовуючи при цьому мобільні пристрої [10].

До переваг традиційних методів навчання математики дослідники відносять чітку структуру, перевірену ефективність, можливість контролю знань учнів. До недоліків традиційних методів відносять можливий брак мотивації у учнів, недостатня інтерактивність, відсутність індивідуалізації навчання, відсутність можливості навчання математики без класно-урочної системи організації навчання.

До переваг інноваційних методів навчання математики дослідники відносять високу мотивацію учнів, інтерактивність, застосування сучасних технологій, можливість індивідуального підходу. Між тим, до недоліків інноваційних методів навчання математики необхідно віднести цифрову нерівність і потребу у технічному забезпеченні, можливі труднощі з впровадженням нових технологій, потреба у додатковому навчанні вчителів, необхідність якісних електронних освітніх ресурсів.

Вивчення похідної в школах України є важливим компонентом курсу математики, зокрема в старших класах (10-11 класи, 10-12 класи за програмою НУШ). Методика вивчення похідної включає кілька ключових етапів, які дозволяють учням зрозуміти теоретичні основи, навчитися застосовувати похідні для розв'язання задач і розвинути математичне мислення. На першому етапі вводиться поняття похідної, як міри визначення зміни функції. Хоча в жодному з чинних шкільних підручників не робиться акцент на тому, що похідна це одна з характеристик дослідження функції. Взагалі поняття функції не відноситься до категорії легких, і більшість учнів так до кінця і не розуміють сутність математичного об'єкта "функція" та його значення для дослідження інших математичних об'єктів та категорій. Для пояснення похідної вже класичним стало застосування прикладів з фізики (шлях, швидкість, прискорення), практичних задач на мінімум та максимум тощо, але особливого ефекту це не дає. Ще один підхід полягає у застосуванні границі або числових послідовностей або функцій. Чим цей

підхід особливий – він повністю повторює введення похідної у вищій математиці, але для його застосування необхідно сформулювати чітке уявлення про границю, яким чином її можна обчислювати, як від числових послідовностей перейти до функцій, яким чином знаходять границі під час невизначеностей тощо.

На другому етапі вивчення похідної вводяться таблиці і правила обчислення похідних конкретних функцій та їх комбінацій. Головна мета цього етапу полягає у навчанні учнів основним правилам обчислення похідних. Геометричний зміст похідної як кутового коефіцієнта є основним об'єктом третього етапу вивчення похідної. Необхідно зазначити, що геометричний зміст більше підходить до пояснення основної ідеї похідної – вивчення її характеристики. Учні бачать, що у точці графіка функцій можна побудувати дотичну і кут її нахилу і визначає поведінку функції в найближчому околі.

Наступний етап полягає у визначенні напрямів використання похідної. Перш за все ці ті самі задачі на максимум та мінімум, які вже наводились учням для пояснення похідної, задачі оптимізації тощо. Закінчується вивчення похідної письмовими роботами, контрольними та/або самостійними.

На наш погляд, необхідно дослідити питання розгляду графічної інтерпретації похідної на початку її вивчення, під час введення поняття похідної. Принаймні для учнів, що є візуалами за методом і засобами сприйняття нового матеріалу, такий спосіб введення поняття похідної набуде конкретного прикладного значення у порівнянні з границями числових послідовностей. Для учнів-візуалів пропонуємо дослідити похідні функцій як графічне представлення функцій:

- Будувати графіки функцій та їх похідних. Спостерігати, як змінюється нахил кривих графіків при диференціюванні.
- Вивчати властивості точок екстремуму та точок перегину на графіках функцій. Для цього використовувати інтерактивні платформи як DESMOS, GeoGebra.

У кожному з наведених способів введення поняття похідної є свої позитивні та негативні моменти. Тим не менш, похідна є чудовим прикладом демонстрації математичної компетентності, адже в комплексі цього поняття приймають участь і числові послідовності, і функції, і границі, і графіки функції і широке коло прикладних задач, вирішення яких передбачає використання похідної.

Для того, щоб перевірити ефективність вивчення поняття похідної та її застосування ми провели вступне опитування, що складалось з теоретичного матеріалу та простих задач на використання поняття похідної для учнів 11-го класу. В анонімному опитуванні брали участь всі охочі учні, що навчаються у 11 -Б класі Ліцею № 35 імені Валентина Шеймана. До опитувальника було включено як теоретичні питання, на кшталт:

Яке геометричне значення похідної функції в точці?

- a) Довжина хорди між двома точками графіка.
- b) Кут нахилу графіка функції в точці.
- c) Кут нахилу дотичної до графіка функції в точці.
- d) Площа під графіком функції.

Так і задачі практичного характеру, наприклад наступні

Умова: Власник компанії хоче збудувати прямокутний склад, обгороджений парканом. Одна сторона складу знаходиться вздовж річки, і її не потрібно огорожувати. Вартість огорожі – 100 грн за метр.

Питання: Знайдіть розміри складу, які мінімізують вартість огорожі, якщо площа складу повинна бути 500 квадратних метрів.

Умова: Виробник планує виготовити відкриту прямокутну коробку з аркуша картону розмірами 40 см на 50 см, вирізаючи однакові квадрати з кутів і загинаючи боки.

Питання: Якого розміру мають бути вирізані квадрати, щоб об'єм коробки був максимальним?

Умова: При виверженні вулкану гірська порода викидається перпендикулярно вгору з початковою швидкістю 120 м/с.

Питання: Якої найбільшої висоти досягне гірська порода?

Необхідно зазначити, що з теоретичною частиною питань учні справились досить не погано. Добре вони вивчили і правила обчислень похідних і табличні значення похідних деяких функцій. За їх коментарями ми дізнались, що всі готуються до складання Національного мультипредметного тесту (НМТ), а тому можливі питання з національного тесту вони проробили додатково. Як і передбачалось, практична частина опитування була виконана набагато гірше. Ми спеціально підбирали задачі таким чином, щоб на першому етапі учні побудували функціональну залежність, а потім вже її досліджували. Виявилось, що побудувати функціональну залежність набагато складніше, ніж її дослідити за допомогою похідної. Чи означає це те, що тема «Похідна та її застосування» вивчена не на достатньому рівні. На наше переконання саме так, тема вивчена не в повному обсязі. На початку цієї статті ми говорили про міжнародне дослідження PISA мета якого полягає у визначенні наскільки добра 15-ти річні учні, які наближаються до завершення обов'язкової шкільної освіти, здатні використовувати свої знання і навички для вирішення реальних життєвих проблем. Проведене нами опитування показало, що математика сприймається як окрема, відірвана від реального життя наука, що корелює з отриманими даними дослідження PISA-2022 проведеними в Україні. І необхідно робити вже більш рішучі кроки для реформування змісту зокрема і математичної освіти, бо математика так і залишиться виключно теоретичним предметом вивчення в закладах загальної середньої освіти. Для реалізації практичної направленості викладання математики ми пропонуємо розглянути такі кроки:

- включення реальних практичних задач в навчальний процес;
- використання інформаційних технологій під час викладання математики;
- міжпредметна інтеграція, підхід STEM;
- викладання математики через практичні заняття (віртуальні лабораторії: завдання з побудови графіків функцій та їхніх похідних, аналіз поведінки функцій у різних точках);
- метод міні проєктів;
- гейміфікація викладання математики (комп'ютерні симуляції);
- моделювання фізичних явищ з використанням похідних, наприклад, руху об'єктів під дією сил);
- широке використання автоматичної перевірки проміжних результатів навчання;
- підготовка та перепідготовка вчителів до практичної направленості викладання математики.

Висновки

Формування математичної компетентності учнів у процесі вивчення теми «Похідна та її застосування» є ключовим етапом у забезпеченні їх всебічного розвитку та підготовки до життя. Вивчення похідної не тільки розширює знання учнів у галузі математики, але й формує в них критичне мислення, здатність до аналізу та вирішення складних проблем, що є надзвичайно важливими навичками в реальному житті. Успішне засвоєння цієї теми потребує інтеграції теоретичних знань з практичними задачами, що дозволяє учням побачити реальне застосування похідних у різних сферах життя, таких як економіка, інженерія, фізика та інші. Використання сучасних технологій, інтерактивних методів навчання та міждисциплінарних підходів сприяє підвищенню зацікавленості учнів і допомагає їм краще зрозуміти сутність математичних концепцій. Застосування реальних задач у навчальному процесі, робота над міні проєктами, а також інтеграція STEM-освіти є ефективними методами для формування математичної компетентності. Такі підходи допомагають учням не лише засвоїти математичні поняття, але й навчитися використовувати їх для розв'язання реальних проблем, що робить навчання більш змістовним та мотивуючим.

У підсумку, формування математичної компетентності в процесі вивчення теми «Похідна та її застосування» є складним, але необхідним завданням. Воно вимагає комплексного підходу, що включає теоретичну підготовку, практичні заняття, використання сучасних технологій та методик. Такий підхід забезпечує не лише глибоке розуміння математичних концепцій, але й розвиток навичок, які є необхідними для успішного життя в сучасному світі.

Література

1. PISA: математична грамотність / уклад. Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко; перекл. К. Є. Шумова. К. : УЦОЯО, 2018. 60 с.
2. Іщенко М. В. Математична грамотність – компетентність. Цифрова трансформація та диджитал технології для сталого розвитку всіх галузей сучасної освіти, науки і практики: матеріали міжнар. наук.-практ. конф., 26 січня 2023 р.; Міжнар. акад. прикладних наук (Польща) – Держ. біотехнологічний ун-т (Україна). Ломжа, Республіка Польща, 2023. Ч. 4. С. 38-39
3. Головань М.С. Математична компетентність: сутність та структура. Науковий вісник Східноєвропейського національного університету. 2014. – № 1. С. 35–39.
4. Корольський В.В., А.М. Капіносов. Математична алгоритмічна компетентність: теоретико-методичні основи формування, структура та рівні. *Educational Dimension*, 37, 2013. С. 78-84.
5. Ткачук Г., Медведєва М. Формування математичної компетентності студентів педагогічних університетів в умовах неформальної освіти. *Освіта. Інноватика. Практика*, 2023. Том11, №3. С. 39-46. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-voll1i3-006>
6. Коберник Г. Формування математичної компетентності майбутніх учителів початкової школи. *Věda a perspektivy*, 11 (30), 2023, [https://doi.org/10.52058/2695-1592-2023-11\(30\)-156-169](https://doi.org/10.52058/2695-1592-2023-11(30)-156-169)
7. Крамаренко Т.Г., Пилипенко О.С. Математика в STEMі: навчально-методичний посібник. *Кривий Ріг : Криворізький держ. пед. ун т.*, 2023. 274 с. <http://elibrary.kdpu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/7849>
8. Velychko V.Ye., Kaydan N.V., Fedorenko O.G., Kaydan V.P. Training of practicing teachers for the application of STEM education. *Journal of Physics: Conference Series* 2288(1), 012033 (jun 2022), <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2288/1/012033>
9. Fedorenko E.G., Kaidan N.V., Velychko V.Ye., and Soloviev V.N. (2021). Gamification when studying logical operators on the Minecraft EDU platform. In Lytvynova, S. H. and Semerikov, S. O., editors, *Proceedings of the 4th International Workshop on Augmented Reality in Education (AREdu2021)*, Kryvyi Rih, Ukraine, May 11, 2021, volume 2898 of CEUR Workshop Proceedings, pages 107–118. CEUR-WS.org. <https://ceur-ws.org/Vol-2898/paper05.pdf>
10. Velychko, V.Ye., Fedorenko, E.G.; Kaidan, N.V. and Kaidan, V.P. (2023). The Use of Immersive Technology in the Study of Mathematical Logics in Secondary School. In *Proceedings of the 2nd Myroslav I. Zhaldak Symposium on Advances in Educational Technology – AET*; ISBN 978-989-758-662-0, SciTePress, pages 326-337. <https://doi.org/10.5220/0012064100003431>

Vladyslav Ye. Velychko, Inna V. Senchuk

Donbas State Pedagogical University, Sloviansk, Ukraine.

Formation of mathematical competence of students in the process of studying the topic "Derivative and its application"

The article examines the process of forming students' mathematical competence during the study of the topic "Derivative and its application". Attention is focused on the integration of theoretical knowledge and practical problems, which allows students to realize the real meaning of the derivative in various fields of science and everyday life. The use of the practical focus of the mathematics course, modern technologies, interactive teaching methods and interdisciplinary approaches opens up new opportunities for engaging students and increasing their motivation to study. The article emphasizes the importance of applying real problems, project activities for the formation of key skills and critical thinking. The conclusion emphasizes the need for a comprehensive approach to education, which includes theoretical training, practical classes and the use of innovative methods, to achieve a high level of students' mathematical competence.

Keywords: *mathematical competence, teaching mathematics, electronic educational resources.*
