

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад  
«Донбаський державний педагогічний університет»

# МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до теми: «Плоский рух твердого тіла» (розділ «Кінематика»)

з навчальної дисципліни

«ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»

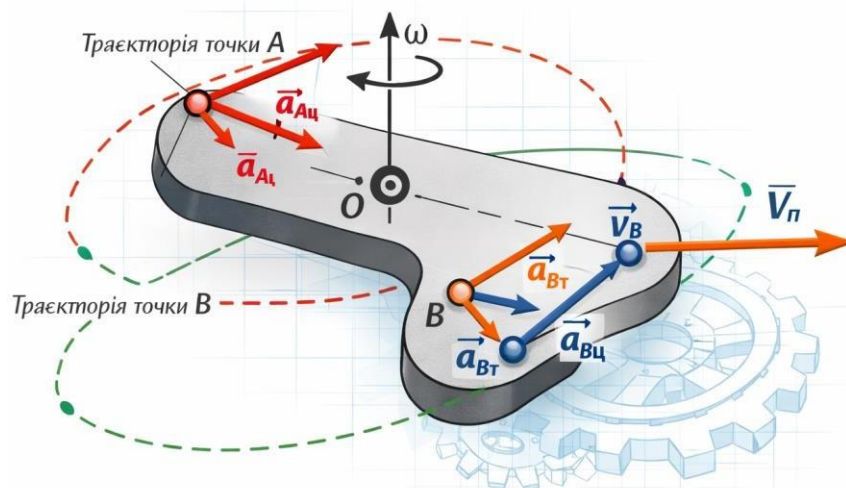
для студентів спеціальності

015 Професійна освіта (за спеціалізаціями)

Спеціалізація 015.38 Професійна освіта (Транспорт)

Електронне видання

## Плоский рух твердого тіла



Слов'янськ – Дніпро 2025р.

**УДК 378.016:531.1(072)**

**М54**

Затверджено та рекомендовано до впровадження вченою радою Державного вищого навчального закладу «Донбаський державний педагогічний університет» «28» серпня 2025 р., протокол № 1

**РЕЦЕНЗЕНТИ:**

**Стешенко Володимир Васильович** – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри теорії і практики технологічної та професійної освіти ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»;

**Фатальчук Сергій Дмитрович** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри педагогіки вищої школи Державного вищого навчального закладу «Донбаський державний педагогічний університет».

Методичні рекомендації складені відповідно до навчального плану підготовки здобувачів **бакалаврського рівня вищої освіти** за спеціальністю **015 «Професійна освіта (Транспорт)»** та спрямовані на поглиблене вивчення однієї з найбільш складних і важливих тем розділу **«Кінематика»** — **«Дослідження руху плоского багатоланкового механізму»**.

Тема плоского руху твердих тіл і багатоланкових механізмів є фундаментальною для формування інженерного мислення майбутніх фахівців транспортної галузі, оскільки саме такі механізми широко застосовуються в автомобільній техніці, машинобудуванні та інших технічних системах. Її вивчення потребує ґрунтовних теоретичних знань, умінь аналізувати рух окремих ланок механізму, визначати швидкості та прискорення характерних точок, а також застосовувати графічні й аналітичні методи дослідження.

Методичні рекомендації містять теоретичні положення, пояснення основних понять, приклади розв'язування типових задач і рекомендації щодо виконання практичних та лабораторних робіт. Матеріал подано з

урахуванням дидактичних вимог та спрямований на розвиток практичних навичок аналізу механічних систем.

Рекомендації можуть бути використані **студентами педагогічних університетів, викладачами педагогічних коледжів, професійних ліцеїв**, а також усіма, хто вивчає основи технічної механіки та кінематики механізмів у процесі професійної підготовки.

Методичні рекомендації до теми: «Плоский рух твердого тіла» (розділ «Кінематика») з дисципліни «Технічна механіка» для студентів спеціальності 015.38 «Професійна освіта (Транспорт)» [Електронний ресурс] / уклад. : В. І. Бондаренко, Г. Я. Цибулько, М. Г. Погорелов. Дніпро ; Слов'янськ : ДВНЗ «ДДПУ», 2025. 76 с.

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	5
<b>РОЗДІЛ 1 ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПО ТЕМІ «КІНЕМАТИКА ПЛОСКОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА»</b>	
1.1. Теореми про швидкості та прискорення крапок тіла при плоскому русі.	11
1.2. Складний рух точки.....	16
1.3. Фізична сутність Коріолісового прискорення.....	18
1.4. Плани швидкостей.....	19
1.5. Теорема подібності.....	21
<b>РОЗДІЛ 2 МЕТОДИКИ ПОБУДОВИ ПЛАНІВ ШВИДКОСТЕЙ ТА ПРИСКОРЕНЬ КУЛІСНОГО МЕХАНІЗМУ</b>	
2.1. Побудова плану швидкостей плоского багатоланкового механізму.....	23
2.2. Побудова плану прискорень ланки механізму.....	30
2.3. Визначення кутових швидкостей і кутових прискорень ланок механізмів... ..	33
<b>ЛАБОРАТОРНА РОБОТА</b>	
ТЕМА: Побудова планів швидкостей та прискорень кулісного механізму... ..	36
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	43
<b>ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ТА САМОКОНТРОЛЮ</b> .....	45
<b>ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ ДО РОЗДІЛУ «КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ»</b> .....	44
<b>РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА</b> .....	75-76

## ВСТУП

«Технічна механіка» є однією з фундаментальних навчальних дисциплін, на якій ґрунтується підготовка фахівців інженерно-технічного профілю. Вона формує наукове підґрунтя для розуміння законів руху, рівноваги та взаємодії матеріальних тіл, що лежать в основі функціонування сучасних машин, механізмів і технічних систем.

У сучасних умовах стрімкого розвитку науки й техніки значення технічної механіки постійно зростає. Її закони є універсальними, що забезпечує широкі можливості застосування в різних галузях інженерної діяльності — від машинобудування та робототехніки до авіації, автомобільного транспорту та логістичних систем.

Особливу роль технічна механіка відіграє в транспортній галузі, де вона є теоретичною основою для аналізу роботи двигунів, трансмісій, підвісок, гальмівних систем і несучих конструкцій транспортних засобів. Знання механіки дозволяють оцінювати міцність та надійність деталей, прогнозувати їх знос, забезпечувати безпеку руху та підвищувати енергоефективність транспортних систем.

Тому кожен студент повинен не лише засвоїти міцні теоретичні основи технічної механіки, а й набути вмінь застосовувати їх для розв'язання конкретних практичних і виробничих задач, що виникають у процесі проєктування, експлуатації та технічного обслуговування сучасного транспорту.

Запропоновані методичні рекомендації присвячені одній із найбільш важливих і водночас складних тем розділу «Кінематика» — **«Дослідження руху плоского багатоланкового механізму»**. Дана тема має фундаментальне значення для формування системного уявлення про закономірності руху механічних систем і є необхідною базою для подальшого вивчення інженерних дисциплін.

Кінематика – це розділ теоретичної механіки, що вивчає геометричні форми руху матеріальних тіл (точки, твердого тіла) без урахування їхньої маси та сил, що діють на них. Основною метою є визначення положення тіла у просторі та часі, швидкості та прискорення через векторний, координатний чи природний способи задання руху [6].

#### **Задачі кінематики [6]:**

Залежно від властивостей досліджуваного об'єкта розрізняють такі розділи кінематики:

- кінематику матеріальної точки — матеріального тіла, розмірами якого можна знехтувати порівняно з відстанями, що характеризують рух;
- кінематику абсолютно твердого тіла — тіла, відстані між будь-якими двома точками якого залишаються сталими, тобто тіло не зазнає деформацій;
- кінематику деформівного середовища, а також рідин і газів, у яких можливі пружні або пластичні деформації.

Опрацювання матеріалів посібника спрямоване на формування у здобувачів освіти **фахових компетентностей** [9]:

**ІК.** Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми в професійній освіті, що передбачає застосування певних теорій і методів педагогічної науки та інших наук відповідно до спеціалізації і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

**ЗК 05.** Здатність приймати обґрунтовані рішення.

**СК 07.** Здатність аналізувати ефективність проєктних рішень, пов'язаних з підбором, експлуатацією, удосконаленням, модернізацією технологічного обладнання та устаткування галузі/сфери відповідно до спеціалізації.

**СК 11.** Здатність використовувати у професійній діяльності основні положення, методи, принципи фундаментальних та прикладних наук.

**СК 12.** Здатність виконувати розрахунки технологічних процесів в галузі.

**СК 13.** Здатність управляти комплексними діями/проектами, відповідати за прийняття рішень у непередбачуваних умовах та професійний розвиток здобувачів освіти і підлеглих.

**ПК 1.** Здатність розв'язувати типові спеціалізовані задачі, пов'язані з вибором матеріалів, виконанням необхідних розрахунків, конструюванням технічних об'єктів у предметній галузі (відповідно до спеціалізації).

**ПК 2.** Здатність до аналізу результатів розрахунків, вимірювань та спостережень в предметній галузі.

**ПК 3.** Здатність розрізняти об'єкти автомобільного транспорту та їх складові, визначати вимоги до їхньої конструкції, параметрів та характеристик.

**ПК 4.** Здатність пояснювати з використанням наочності та сучасних інформаційних технологій будову та функціонування об'єктів автомобільного транспорту, їх систем та окремих елементів, технологічні процеси з їх технічного обслуговування, діагностування та ремонту.

У результаті вивчення теми студенти набувають **програмних результатів навчання:**

**ПРН 16.** *Знати* основи і розуміти принципи функціонування технологічного обладнання та устаткування галузі (відповідно до спеціалізації).

**ПРН 17.** *Виконувати* розрахунки, що відносяться до сфери професійної діяльності.

**ПРН 18.** *Розв'язувати* типові спеціалізовані задачі, пов'язані з вибором матеріалів, виконанням необхідних розрахунків, конструюванням, проектуванням технічних об'єктів у предметній галузі (відповідно до спеціалізації).

**ПРН 27.** *Уміти* пояснювати будову та функціонування об'єктів автомобільного транспорту, технологічні процеси з їх технічного обслуговування, діагностування та ремонту відповідно до законів природничих наук.

Матеріал знаходить своє безпосереднє продовження та поглиблення в курсі «**Теорія механізмів і машин**», де розглядаються більш складні механізми, методи їх аналізу та синтезу. Саме тому ґрунтовне засвоєння питань кінематики плоских багатоланкових механізмів є важливою умовою успішного опанування подальших навчальних дисциплін технічного спрямування.

У межах вивчення даної теми студенти виконують **самостійну розрахунково-графічну роботу**, спрямовану на закріплення теоретичних знань та набуття практичних навичок побудови кінематичних схем, планів швидкостей та прискорень, а також аналізу характеру руху окремих ланок механізму.

В основу кожної фізичної задачі закладений той чи інший окремий випадок проявлення загальних законів механіки. Тому раніше ніж приступити до розв'язання задач, рекомендується старанно опрацювати теоретичний матеріал. Без твердого знання теорії ніколи неможливо розраховувати на успішне розв'язування та аналіз навіть порівняно простих задач.

При аналізі задачі та складання системи рівнянь особливу увагу слід звертати на векторний характер багатьох фізичних величин, з якими приходиться зустрічатись.

Для повного визначення таких величин необхідно враховувати не тільки їх чисельне значення, і їх напрямки. Дуже часто приходиться звертатися до розкладання векторів на складові по напрямкам. Раціональний вибір напрямків для розкладання векторів диктує умова задачі, але в загальному випадку він може бути довільним. Важливо розуміти, що розкладання векторів на складові – чисто математичний прийом і кожній із складових неможливо надати фізичного тлумачення як початкового вектору.

Усі задачі, незалежно від способу задання вихідних величин, доцільно розв'язувати в загальному вигляді. Це дає змогу проаналізувати отриманий

результат, сформувані універсальні прийоми розв'язування задач, а також у разі потреби перевірити будь-який етап розв'язання.

Ознайомившись з умовою задачі, не слід одразу зосереджувати увагу на шуканій величині або намагатися негайно її визначити. Насамперед необхідно уявити фізичне явище, що розглядається, та пригадати закони механіки, які лежать в його основі.

Далі потрібно виконати креслення, на якому слід позначити всі параметри (величини), що характеризують дане явище. Усі відомі величини необхідно вписати окремо, зазначивши їх числові значення та одиниці вимірювання.

На основі відповідних фізичних законів встановлюють математичні залежності між величинами, що описують явище. У результаті отримують одне або кілька рівнянь, які містять як задані, так і шукані величини. Перед розв'язуванням складеної системи рівнянь доцільно переконатися, що кількість рівнянь дорівнює кількості невідомих, інакше система не матиме однозначного розв'язку. Розв'язування системи рівнянь слід починати з виключення тих невідомих, визначення яких не вимагається умовою задачі [2].

Отримавши відповідь в вигляді алгебраїчної формули, слід приступати до чисельних розрахунків. Для цього треба вибрати систему одиниць. Якщо величини, які входять в розрахункову формулу, задані в різних системах одиниць, їх слід виразити в одиницях системи, прийнятої для рішення.

Здійснивши обчислення, необхідно провести дії з найменуваннями і переконатися, що результат отримується в одиницях вимірювання величини в прийнятій системі.

Виконання цієї роботи сприяє розвитку інженерного мислення, просторової уяви та вміння застосовувати аналітичні й графічні методи для розв'язання прикладних технічних задач, що є особливо актуальним для майбутніх фахівців транспортної та машинобудівної галузей.

Методичні рекомендації містять загальні теоретичні відомості по даній темі, перелік загальних і спеціальних компетентностей, необхідних студенту для опанування теми, приклад виконання задачі, як аналог для самостійного розв'язання у вигляді індивідуальних тестових завдань, питання для самоперевірки та самоконтролю, список рекомендованої літератури для підготовки до заліку або іспиту.

**РОЗДІЛ 1**  
**ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПО ТЕМІ**  
**«КІНЕМАТИКА ПЛОСКОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА»**

**1.1. Теорема про швидкості та прискорення точок тіла при плоскому русі.**

Кінематика плоского руху твердого тіла є одним з фундаментальних розділів теоретичної механіки та теорії механізмів і машин. Вона досліджує геометричні характеристики руху твердих тіл без урахування причин, що його зумовлюють, зокрема траєкторії, швидкості та прискорення окремих точок тіла. Плоским рухом називають такий вид руху твердого тіла, за якого всі його точки переміщуються в площинах, паралельних певній нерухомій площині, а їхні траєкторії є плоскими кривими. У разі плоского руху положення твердого тіла в будь-який момент часу повністю визначається положенням однієї довільно вибраної точки та кутом повороту тіла навколо осі, перпендикулярної до площини руху.

Розглянемо рух твердого тіла – ланки АВ (рис 1.1.1.) в площині  $xOy$ . **Плоский** (плоско паралельний) рух тіла складається із **поступального** руху тіла разом з довільною точкою, яку називають **полюсом**, і **обертальною** руху тіла навколо цього полюсу [4].

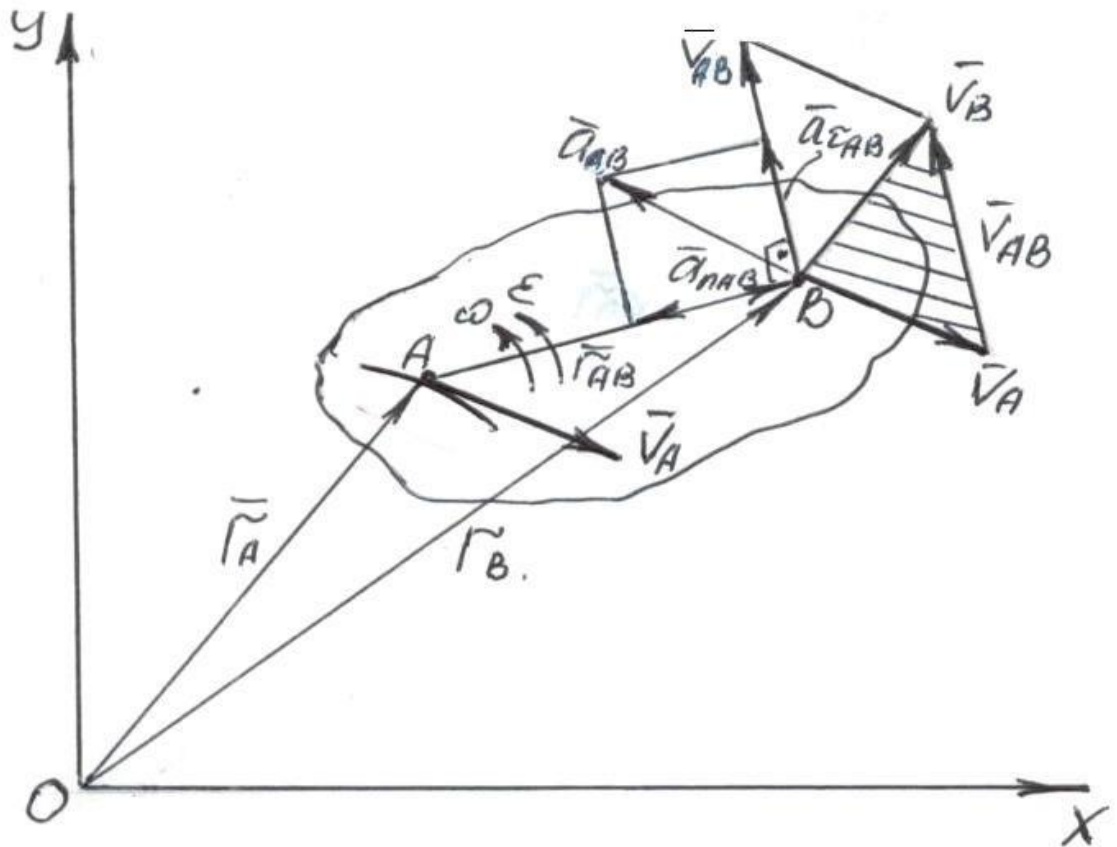


Рис. 1.1.1. Плоский (плоско паралельний) рух тіла.

Нехай відома швидкість точки А, яку приймемо за полюс. Визначимо швидкість будь-якої другою точки тіла, наприклад точки В. Для цього проведемо із початку координат (точки О) в точки А і В **радіус-вектори**  $\vec{r}_A$  і  $\vec{r}_B$ , а також із А в В -  $\vec{r}_{AB}$ . Із векторного трикутника АОВ маємо що:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{AB} ;$$

продеференціюємо це рівняння:

$$d\vec{r}_B/dt = d\vec{r}_A/dt + d\vec{r}_{AB}/dt .$$

Напомним, що похідна від радіус –вектора представляє собою вектор швидкості відповідної точки:

$$d\vec{r}_B/dt = \vec{v}_B \quad d\vec{r}_A/dt = \vec{v}_A ;$$

Оскільки модуль радіус-вектора  $\mathbf{r}_{AB}$  є величина незмінна, яка визначає відстань між двома точками твердого тіла ( $\mathbf{r}_{AB} = \text{const}$ ), а напрямок вектора  $\mathbf{r}_{AB}$  при повороті ланки змінюється, то, отже  $d\mathbf{r}_{AB}/dt = \mathbf{V}_{AB}$  - представляє собою вектор обертальної швидкості точки В навколо точки А як полюса [4]. Таким чином маємо:

$$\bar{\mathbf{V}}_B = \bar{\mathbf{V}}_A + \mathbf{V}_{AB} \quad (1.1.1.)$$

Це рівняння висловлює теорему про швидкості точок тіла при його плоскому русі: *«Швидкість будь-якої точки тіла при його плоскому русі дорівнює геометричній сумі швидкості полюса і обертальної швидкості цієї точки навколо полюса»* [4].

Вектор обертальної швидкості  $\mathbf{V}_{AB}$  перпендикулярний радіусу обертання ( $\mathbf{V}_{AB} \perp AB$ ), спрямований в бік кутової швидкості тіла  $\omega$  і має модуль, який пропорційний кутовій швидкості і радіусу обертання:

$$\mathbf{V}_{AB} = \omega * AB \quad (1.1.2.)$$

Напрямок вектора швидкості точки В можна визначити графічно побудовою паралелограму на векторах  $\mathbf{V}_A$  і  $\mathbf{V}_{AB}$  як на сторонах. Для цього перенесемо в точку В вектори  $\mathbf{V}_A$  і  $\mathbf{V}_{AB}$  і у відповідності з (1.1.1.) діагональ цього паралелограма визначить вектор швидкості точки В. із заштрихованого трикутника (див. рис. 1.1.1.) маємо, що можна знайти швидкість точки В, якщо згідно (1.1.1.) до вектору  $\mathbf{V}_A$  додати вектор  $\mathbf{V}_{AB}$  і тоді замикаюча сторона такого векторного трикутника визначить шукану швидкість  $\mathbf{V}_B$ .

Для визначення прискорення точки В визначити похідну рівняння (1.1.1.)

$$d\bar{\mathbf{V}}_B/dt = d\bar{\mathbf{V}}_A/dt + d\bar{\mathbf{V}}_A/dt.$$

В отриманому векторному рівнянні  $dV_B/dt = a_B$  - прискорення точки В,  $dV_A/dt = a_A$  - прискорення точки А,  $dV_{AB}/dt = a_{AB}$  - величина яка визначає прискорення точки В в обертальному русі навколо полюса А [4]. Відомо, що при обертальному русі повне прискорення точки складається з двох прискорень: нормального (децентрового)  $a_{пAB}$  та дотичного (обертального)  $a_{тAB}$  прискорень:

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{пAB} + \vec{a}_{тAB} \quad (1.1.3.)$$

Тоді маємо що,

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{пAB} + \vec{a}_{тAB} \quad (1.1.4.)$$

Це рівняння є теоремою про прискорення точок тіла при плоскому русі, згідно якої *«Прискорення будь-якої точки тіла в плоскому русі дорівнює геометричній сумі прискорення полюса і прискорення цієї точки в обертальному русі навколо полюса»* [4].

Слід добре представляти, що характеризують, як визначаються модулі і напрямки нормального  $a_{пAB}$  і дотичного  $a_{тAB}$  прискорень. Нагадаємо, що нормальне (доцентрове) прискорення  $a_{пAB}$  характеризує прудкість зміни вектора швидкості  $V_{AB}$  по напрямку. По модулю це прискорення визначають як:

$$a_{пAB} = \omega_{AB}^2 * l_{AB} \quad [м/с^2] \quad (1.1.5.)$$

Вектор  $a_{пAB}$  завжди спрямований по радіусу обертання до центру обертання, т.т. від точки В до точки А (див. 1.1.1.). Дотичне (обертальне)

прискорення  $\mathbf{a}_{\tau AB}$  характеризує прудкість зміни вектора швидкості  $\mathbf{V}_{AB}$  по величині.

Визначається по модулю як:

$$\mathbf{a}_{\tau AB} = \varepsilon * l_{AB} \quad [m/c^2] \quad (1.1.6.)$$

де :  $\varepsilon$  - кутове прискорення обертання тіла навколо полюса (точки А)  
[1/c<sup>2</sup>];

$l_{AB}$  - довжина ланки АВ [м].

Вектор  $\mathbf{a}_{\tau AB}$  завжди спрямований перпендикулярно нормальному прискоренню ( $\mathbf{a}_{\tau AB} \perp \mathbf{a}_{\tau AB}$ ) і співпадає з вектором швидкості  $\mathbf{V}_{AB}$  при прискореному обертанні ланки АВ, і спрямований в сторону протилежну вектору  $\mathbf{V}_{AB}$ , при уповільненому обертанні. Вектор повного прискорення  $\mathbf{a}_{AB}$  згідно (1.1.3) зображений діагоналлю паралелограма, побудованого на векторах  $\mathbf{a}_{\tau AB}$  і  $\mathbf{a}_{\tau AB}$  як на сторонах (див. рис 1.1.1.).

## 1.2. Складний рух точки.

Під складним рухом точки (тіла) розуміють такий рух, при якому точка одночасно приймає участь в двох або декількох рухах [4].

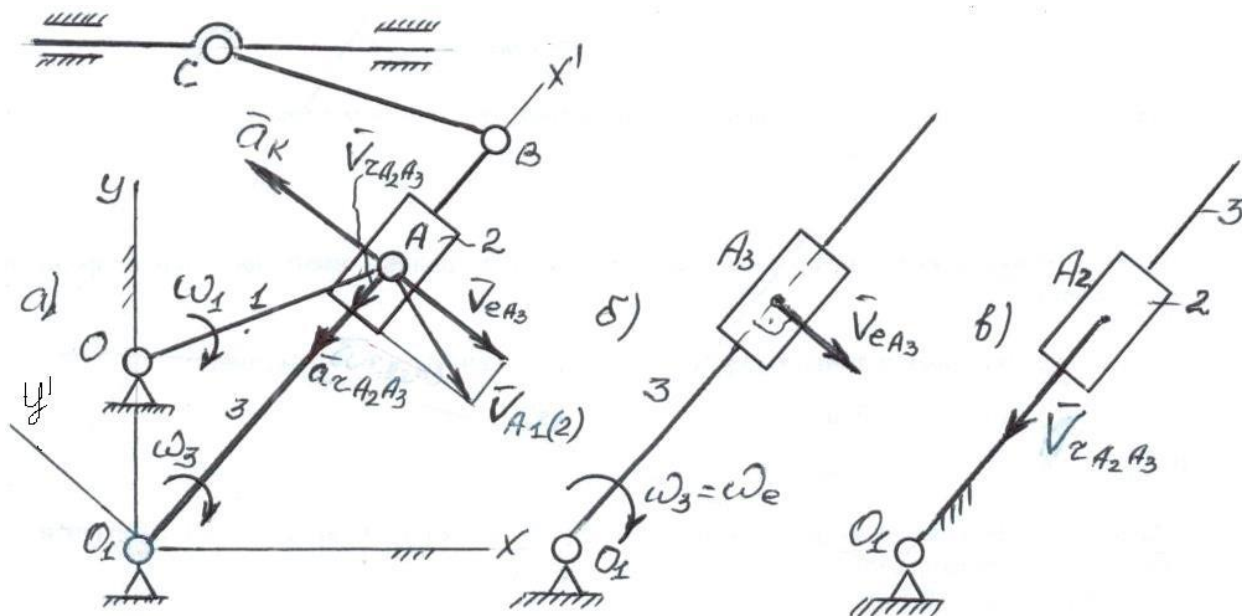


Рис.1.2.1. Складний рух точки.

Розглянемо рух точки А кулісного механізму (рис.1.2.1.) поперечно-стругального станка. Точка А належить одночасно трьом ланкам – кривошипу 1 ( $A_1$ ), який здійснює рівномірне обертання з  $\omega_1 = \text{const}$ , кулісному камню 2 ( $A_2$ ) який рухається відносно куліси 3 поступально і кулісі 3 ( $A_3$ ), яка здійснює зворотньо коливальний рух навколо осі, яка проходить через точку  $O_1$ .

Отже, точка А здійснює складний рух, оскільки одночасно обертається разом з кривошипом, рухається разом з кулісним каменем відносно куліси і обертається разом з кулісою.

В складному русі розрізняють *абсолютний, переносний і відносний рухи*. Для з'ясування цих рухів скористуємось двома системами координат (відліку), із яких одна умовно нерухома  $xO_1y$ , а друга рухома  $x'O_1y'$  по відношенню до першої і жорстко зв'язана з кулісою (див. рис. 1.2.1.).

Тоді, *рух точки А разом з рухомою системою координат (відліку) відносно нерухомої системи називається переносним рухом* [4]. В даному випадку переносний рух – це обертання куліси 3 з кутовою швидкістю  $\omega_3$ . Якщо кулісний камінь 2 (рис. 1.2.1. б) умовно закріпити на кулісі 3, то він разом з кулісою буде обертатися навколо точки  $O_1$  зі швидкістю  $V_{eA3}$ , яка по модулю дорівнює:

$$\overline{V}_{eA3} = \omega_3 * l_{O_1A3} \quad [m/c^2]$$

При цьому вектор переносної швидкості  $V_{eA3}$  перпендикулярний радіусу обертання  $O_1A_3$  і спрямований в сторону кутової швидкості  $\omega_3$  переносного руху. З другої сторони, *рух точки  $A_2$  відносно рухомої системи координат (відліку) називається відносним рухом*. Якщо кулісу 3 закріпити нерухомо (див. рис. 1.2.1.в), то точка  $A_2$  (кулісний камінь) відносно куліси 3 буде здійснювати поступальний рух, при цьому вектор відносної швидкості  $V_{rA_2A_3}$  спрямований по кулісі.

І нарешті, *сукупність одночасних переносного та відносного рухів визначає поняття абсолютного руху* точки  $A_{1(2)}$ , т.т. це рух точки А відносно нерухомої системи координат (відліку)  $xO_1y$  [10].

При цьому *«абсолютна швидкість точки дорівнює геометричній сумі її переносної і відносної швидкостей»*,

$$\overline{V}_{1(2)} = \overline{V}_{rA_2A_3} + \overline{V}_{eA3} \quad (1.2.1.)$$

Абсолютне прискорення точки  $A_{1(2)}$  визначається згідно слідкуючої теорема *«У випадку коли переносний рух не є поступальним ( $\omega_2 \neq 0$ ), то абсолютне прискорення точки дорівнює геометричній (векторній) сумі переносного, відносного прискорень і прискорення Кориоліса»* [10], тобто:

$$\overline{\mathbf{a}}_a = \overline{\mathbf{a}}_e + \overline{\mathbf{a}}_r + \overline{\mathbf{a}}_k \quad (1.2.2.)$$

Застосовуючи до розглядаємого кулісного механізму це рівняння (1.2.2.) має наступний вигляд,

$$\overline{\mathbf{a}}_{A1(2)} = \overline{\mathbf{a}}_{eA3} + \overline{\mathbf{a}}_{rA2A3} + \overline{\mathbf{a}}_k$$

В механізмах мають місце випадки складного руху, коли переносний рух є поступальним (наприклад рух повзуна в різцевій призмі поперечно-стругального станка). В цьому випадку  $\omega_e = 0$  і, тоді як слідство,

$$\overline{\mathbf{a}}_k = 2 \omega_e * \overline{\mathbf{V}}_r = 0$$

Тоді рівняння 1.2.2. має вид:

$$\overline{\mathbf{a}}_a = \overline{\mathbf{a}}_e + \overline{\mathbf{a}}_r \quad (1.2.3.)$$

*«У випадку коли переносний рух є поступальним абсолютне прискорення точки дорівнює геометричній (векторній) сумі її переносного і відносного прискорень» [10].*

### 1.3. Фізична сутність Кориолісового прискорення.

*«Кориолісовим, або поворотним, прискоренням називається складова абсолютного прискорення точки в складному русі, яке дорівнює подвоєному вектору добутку кутової швидкості переносного руху на вектор відносної швидкості точки» [4],*

$$\overline{\mathbf{a}}_k = 2(\overline{\omega}_e * \overline{\mathbf{V}}_r) * \text{Sin}(\overline{\omega}_e, \overline{\mathbf{V}}_r) \quad (1.3.1)$$

З фізичної точки зору Кориолісове прискорення враховує:

- зміну модуля і напрямка переносної швидкості точки внаслідок її відносного руху;

- зміну напрямку відносної швидкості точки внаслідок обертального руху.

Тобто, Коріолісове прискорення як би повертає вектор відносної швидкості в напрямку переносного руху. Оскільки точка А рухається в

— —

площині, то  $\sin(\omega_e, V_r) = 1$ . Тоді модуль прискорення визначається як,

$$\mathbf{a}_k = 2(\omega_e * V_r)$$

Для визначення напрямку Коріолісового прискорення  $\mathbf{a}_k$  зручно користуватися правилом Н.Є. Жуковського, згідно якому *«Щоб знайти напрямок прискорення Коріоліса  $\mathbf{a}_k$ , необхідно вектор відносної швидкості  $V_r$  точки повернути в площині на  $90^\circ$  в сторону переносного руху  $\omega_e$ »* [4]. Застосовуючи до розглядаємого кулісного механізму, щоб знайти напрямок вектора Коріолісового прискорення  $\mathbf{a}_k$ , слід вектор  $V_{rA2A3}$  повернути на  $90^\circ$  в напрямку  $\omega_3$ , т.т. по ходу годинникової стрілки. Тому вектор  $\mathbf{a}_k$  (в нашому випадку буде спрямований перпендикулярно кулісі 3 (див. рис. 1.2.1.а.).

#### 1.4. Плани швидкостей.

Нехай відомі швидкості двох точок А і В ланки АВС і напрямок руху третьої точки С (рис. 1.4.1, а).

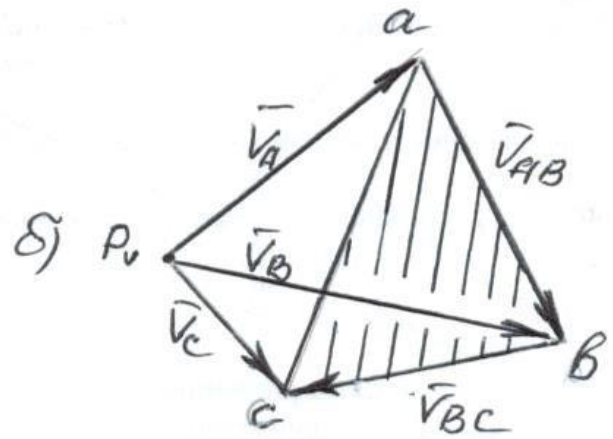
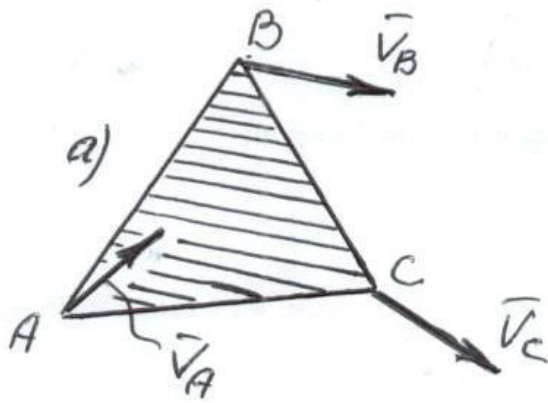


Рис 1.4.1. Плани швидкостей.

- а) ланки ABC і напрямок руху третьої точки C;
- б) план швидкості ланки AB.

Відкладемо із довільної точки  $P_v$  площини (рис. 1.4.1 б) по напрямку векторів  $V_A$  і  $V_B$  відрізки  $P_v a$  і  $P_v b$ , визначені в деякому масштабі швидкості точок A і B і з'єднаємо кінці цих векторів (точки a і b). Виконана побудова і є **планом швидкостей** ланки AB. Відрізки  $P_v a$  і  $P_v b$  називають променями, а точки a і b вершинами плана швидкостей. Із векторного трикутника  $aP_v b$  маємо,

$$\overline{P_v b} = \overline{P_v a} + \overline{ab} \quad \overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{ab}$$

Отже зіставляючи отримане вираження з рівнянням 1.1.1. встановимо, що відрізок, який з'єднує кінці векторів швидкостей по відношенню до точки A дорівнює:

$$\overline{ab} = \overline{V_{AB}}$$

Таким чином, щоб визначити швидкість точки C ланки, можна розглянути її рух по відношенню до полюса, наприклад до точки A, тоді згідно 1.1.1.:

$$\overline{V_C} = \overline{V_A} + \overline{V_{AC}}$$

І це рівняння побудувати графічно у виді трикутника швидкостей, для чого до кінця вектора  $V_A$  на плані швидкостей (точка а) приєднати обертальну швидкість  $V_{AC}$ , напрямком якої перпендикулярний ланці АС ( $V_{AC} \perp AC$ ).

Щоб утворився замкнутий трикутник необхідно із полюса  $P_v$  провести лінію напрямку руху точки С. В перетині отримаємо точку с і тоді відрізок  $P_v c$  буде визначати шукану швидкість точки С. Цей принцип і знаходиться в основі побудови планів швидкостей для кожної ланки механізму.

*«Планом швидкостей ланки плоского механізму називається графічна побудова, яка представляє собою плоский пучок, промені якого зображають абсолютні швидкості точок ланки, а відрізки, які з'єднують кінці променів, відносні швидкості відповідних точок в даному (миттєвому) положенні ланки» [7].*

Сукупність планів швидкостей ланок механізму з одним спільним полюсом називається планом швидкостей механізму.

### **1.5. Теорема подібності.**

Звернемо увагу на те, що  $abc$  на плані швидкостей (рис. 1.4.1) подібний  $ABC$  ланки по взаємній перпендикулярності сторін крім того, вершини цих трикутників розташовані подібно, т.т. букви обох контурів читаються в одній і тій самій послідовності при визначеному напрямку обходу [7]. В розглядуємому прикладі вірне розташування  $a, b, c$  визначається тим, що обходячи контур цього трикутника по ходу годинникової стрілки, отримуємо послідовність вершин  $A, B, C$ .

Вказана властивість сформульована в теоремі подібності, згідно якої :

*«Відрізки прямих ліній на плані механізму пропорційні відповідним відріzkам на планах швидкостей і прискорень і утворюють подібні і схожо розташовані фігури» [7].*

При цьому фігура на плані швидкостей повернута відносно фігури на плані механізму на  $90^0$ . Оскільки фігури подібні, то отже, їх сторони пропорційні [7].

Теорема подібності дає можливість визначити модуль швидкості будь-якої точки цієї ланки [7]. Наприклад, щоб знайти швидкість точки с можна побудувати на плані швидкостей побудувати фігуру abc подібну і схожо розташовану фігурі ABC.

Тоді:

$$\overline{V_C} = \overline{P_{vc}} * \overline{M_v} \quad [\text{м/с}^2], \text{ або ж}$$

$$AB/AC = P_{va} / P_{vc} \text{ і як слід } P_{vc} = AC/AB * P_{va} \quad [\text{мм}]$$

## РОЗДІЛ 2

### МЕТОДИКИ ПОБУДОВИ ПЛАНІВ ШВИДКОСТЕЙ ТА ПРИСКОРЕНЬ КУЛІСНОГО МЕХАНІЗМУ

#### 2.1. Побудова плану швидкостей плоского багатоланкового механізму.

План швидкостей — це графічна побудова, яка відображає вектори абсолютних і відносних швидкостей точок механізму в заданому миттєвому положенні [4].

Побудову плану швидкостей виконують у такій послідовності:

1. Обирають полюс плану швидкостей.
2. У прийнятому масштабі відкладають вектор швидкості точки, швидкість якої відома за величиною і напрямком.
3. Послідовно будують вектори швидкостей інших точок механізму, використовуючи умови перпендикулярності відносних швидкостей до відповідних ланок.
4. Замикають векторні трикутники або багатокутники швидкостей для окремих ланок і кінематичних груп.

План швидкостей дозволяє визначити:

- модулі та напрямки швидкостей усіх характерних точок механізму;
- відносні швидкості між точками однієї ланки;
- характер руху ланок (обертальний, поступальний або складний).

Задана кінематична схема плоского багатоланкового механізму (рис.2.1.1. а) яка виконана в визначеному масштабі  $Me$  [м/мм]. Кривошип обертається рівномірно, т.т.  $\omega_1 = \text{const}$ . Поставимо задачу – дослідити кінематику даного механізму *методом планів*, т.т. побудувати для цього миттєвого положення механізму плани швидкостей та прискорень [4].

Розв'язування задач починаємо з визначення швидкості точки А ведучої ланки (кривошипа). Оскільки кривошип  $O_1A$  обертається рівномірно, то модуль швидкості точки А визначається як,

$$V_A = \omega_1 * l_{O_1A}$$

Вектор обертальної швидкості  $V_A$  перпендикулярний радіусу обертання  $OA$  і спрямований в сторону кутової швидкості  $\omega_1$  ланки  $O_1A$ . Для побудови плану швидкостей із довільної нерухомої точки площини  $P_v$  (*полюса плану швидкостей*) проводимо перпендикулярно ланці  $O_1A$  вектор  $P_vA$ , який зображує швидкість точки А (рис. 2.1.1.б). Великою  $P_vA$  задаємось, в наслідок чого масштаб майбутнього плану швидкостей механізму визначається як,

$$M_v = V_A / P_vA \quad [м/с*мм]$$

Точка В належить як шатуну АВ, так і повзуну б. Якщо розглядати точку В, яка належить шатуну, котрий здійснює плоский рух, то, отже можна використати теорему про швидкості точок в плоскому русі згідно рівняння 1.1.1.

$$\underline{V_B} = \underline{V_A} + \underline{V_{AB}} \quad \underline{V_{AB}} \perp AB$$

де:  $V_A$  - швидкість точки А, яку прийняли за полюс;

$V_{AB}$  – швидкість точки В в обертальному русі ланки 2 навколо полюса (точки А).

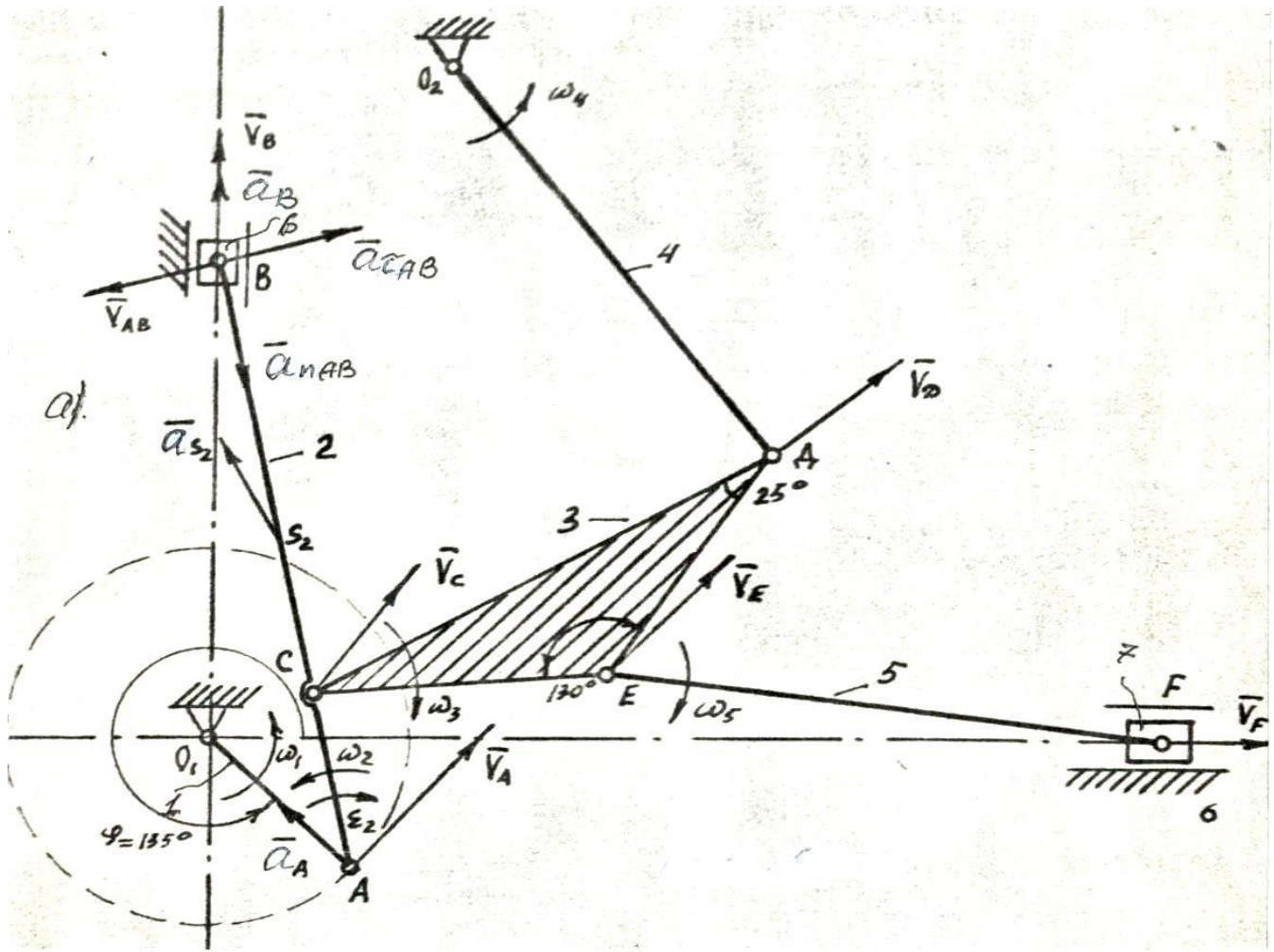


Рис. 2.1.1. а. Багатоланковий плоский механізм *a* – кінематична схема (миттєве положення) механізму.

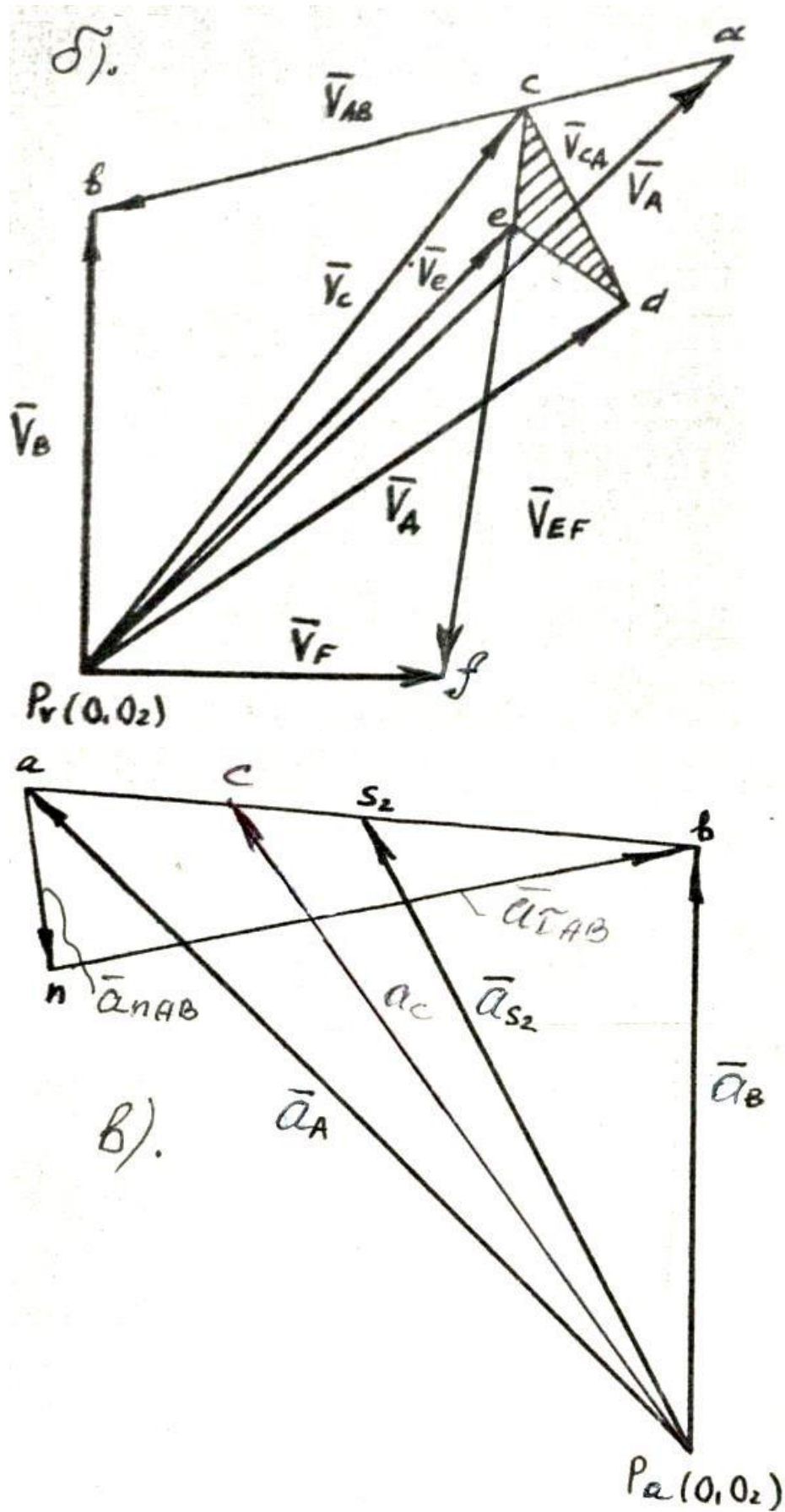


Рис. 2.1.1. Багатоланковий плоский механізм *a* – кінематична схема (миттєве положення) механізму; *b* – план швидкості; *в* – план прискорення.

Умовимось, що вектор, відомий по величині і напрямку, будемо підкреслювати двома лініями, а вектор, відомий тільки по напрямку, підкреслювати однією лінією.

Проаналізуємо вищевикладене векторне рівняння. Точка В, яка належить повзуну, здійснює поступальний (вертикальний) рух, отже, напрямок швидкості точки В відомий (підкреслюємо однією лінією). Вектор швидкості точки А  $\underline{V}_A$  відомий і по модулю і по напрямку (підкреслюємо двома лініями). Вектор обертальної швидкості  $\underline{V}_{AB}$  по напрямку перпендикулярний ланці АВ (підкреслюємо однією). Таким чином в векторному рівнянні вектори  $\underline{V}_B$  і  $\underline{V}_{AB}$  невідомі по величині (модулю), але відомі по напрямку, отже, ці рівняння можна зобразити графічно в виді векторного трикутника. Для цього із точки **a** плана швидкостей (рис. 2.1.1.б) проводимо промінь, перпендикулярний ланці АВ, який визначає напрямок обертальної швидкості  $\underline{V}_{AB}$ . Щоб трикутник був замкнутим, із полюса плана швидкостей  $P_v$  проводимо вертикальний промінь (напрямок вектора швидкості  $\underline{V}_B$ ) до перетину з напрямком вектора  $\underline{V}_{AB}$ . В місці перетину отримуємо точку **b**.

Запишемо попереднє рівняння в наступному вигляді:

$$\underline{V}_A + \underline{V}_{AB} - \underline{V}_B = 0$$

З отриманого рівняння належить, що в векторному трикутнику два вектора  $\underline{V}_A$  і  $\underline{V}_{AB}$  мають одне направлення (з кінця вектора  $\underline{V}_A$  починається вектор  $\underline{V}_{AB}$ ), а вектор  $\underline{V}_B$  спрямований ім. на зустріч, так як знак цього вектора «мінус».

Отже вектор обертальної швидкості  $\underline{V}_{AB}$  має напрямок на плані швидкостей від точки **a** до точки **b**, а вектор  $\underline{V}_B$  — від точки  $P_v$  до точки **b**,

щоб визначити модулі векторів  $V_B$  і  $V_{AB}$  необхідно заміряти на плані швидкостей відповідні відрізки  $P_v b$  і  $ab$  і помножити їх на масштаб плана швидкостей  $M_v$ . Тоді маємо:

$$V_B = P_v b * M_v \quad [м/с].$$

$$V_{AB} = ab * M_v \quad [м/с].$$

Маючи план швидкостей ланки АВ можна визначити по модулю і напрямку швидкість будь-якої точки механізму, наприклад, точки С. Для цього скористуємось теоремою подібності (див. розд. 6) згідно якої запишемо співвідношення:

$$AC/AB = ac/ab \Rightarrow ac = AC/AB * ab \quad [мм].$$

Відкладаємо на плані швидкостей від точки а відрізок  $ac$  і з'єднаємо полюс плана швидкостей  $P_v$  з точкою  $c$ , отримуємо вектор  $P_v c$ , який визначає напрямок і модуль швидкості точки С ( $V_C$ ), де:

$$V_C = P_v c * M_v \quad [м/с]$$

Точка D з'єднує шатун CD і коромисло  $O_2D$ . Шатун здійснює плоский рух, отже, знову скористуємось теоремою про швидкості точок в плоскому русі (1.1.1.), згідно якої:

$$\underline{V_D}^{\perp O_2D} = \underline{V_C} + \underline{V_{CD}}^{\perp CD}$$

В цьому векторному рівнянні швидкість полюса уже відома і по модулю і по напрямку ( $V_C$ ), обертальна швидкість точки D навколо полюса С відома лише по напрямку ( $V_{CD}^{\perp CD}$ ), а швидкість точки D, яка належить коромислу  $O_2D$  ( $V_D^{\perp C_2D}$ ). Таким чином, в даному векторному рівнянні всього лише два невідомих - модулі швидкостей  $V_D$  і  $V_{CD}$ , а напрямки їх відомі. Тому таке векторне рівняння можна побудувати у виді замкнутого векторного трикутника. Для цього із точки  $c$  плана швидкостей (див. рис.

2.1.1 б) провидимо промінь, перпендикулярний ланці CD, а із полюса  $P_v$  – промінь перпендикулярний ланці  $O_2D$ . На перетині цих променів отримуємо точку  $d_i$ , отже, вектор, який іде із полюса  $P_v$  плана швидкостей в точку  $d_i$  є векторами шуканої швидкості точки D.

Модуль цієї швидкості визначається, як:

$$V_D = P_v d_i * M_v \quad [м/с],$$

(заміряємо в мм відрізок  $P_v d_i$  на плані швидкостей і помножимо його на масштаб  $M_v$  плана швидкостей).

Для визначення швидкості точки E, яка належить єдиній ланці – пластині CDE, скористуємось теоремою подібності (див. розд.6) згідно другої частини якої, *відрізки прямих ліній на плані механізму утворюють подібні і сходно розташовані фігури на плані швидкостей* [5]. Тому, щоб знати швидкість  $V_E$  слід на плані швидкостей спочатку побудувати фігуру подібну і сходнорозташовану фігурі ABC. З цією метою на плані швидкостей (рис 7.2.1 б) від базового відрізка  $cd$  з вершин  $c$  і  $d$  відкладаємо такі ж кути, що і при вершинах C і D. фігури CDE на плані механізму, при чому в ту сторону, щоб обхід вершин фігури був однаковий і на плані механізму, і на плані швидкостей. Таким чином, побудована на плані швидкостей фігура  $cde$  буде подібна сходнорозташована фігурі CDE на плані механізму [5].

Вектор який виходе із полюса плана швидкостей  $P_v$  в точку  $e_i$  і визначить напрямок вектора  $V_E$ , а модуль визначиться як:

$$V_E = P_v e_i * M_v \quad [м/с]$$

Враховуючи, що точка F аналогічна по руху точки B, то пропонується визначити модуль і напрямок її швидкості  $V_F$  *самостійно*.

## 2.2. Побудова плану прискорень ланки механізму.

План прискорень є графічним відображенням векторів абсолютних і відносних прискорень точок механізму.

На відміну від плану швидкостей, побудова плану прискорень є складнішою, оскільки враховує наявність двох складових відносного прискорення — нормальної та дотичної.

Побудову плану прискорень здійснюють у такій послідовності:

1. Обирають полюс плану прискорень.
2. Відкладають відомі вектори прискорень (зазвичай для ведучої ланки).
3. Для кожної ланки будують нормальну складову прискорення вздовж ланки та дотичну складову, перпендикулярну до неї.
4. Геометрично визначають прискорення інших точок як результат векторного додавання.

План прискорень дозволяє:

- визначити абсолютні прискорення точок механізму;
- знайти нормальні та дотичні складові прискорень;
- оцінити інерційні навантаження в ланках механізму.

В самостійно виконуемій студентами розрахунково – графічній роботі передбачається побудова плану прискорень лише для ланки АВ, тому і в методичних вказівках розглядається лише цей об'єм. Побудова плану прискорень виконується в тій же послідовності, що і побудова плану швидкостей.

Повне прискорення точки А згідно 1.1.3 складається з двох складових – нормального (доцентрового)  $\mathbf{a}_{nO_1A}$  і дотичного (обертального)  $\mathbf{a}_{\tau O_1A}$  прискорень:

$$\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_{nO_1A} + \mathbf{a}_{\tau O_1A}$$

Величина дотичного прискорення при обертальному русі визначається по формулі 1.1.6:

$$\mathbf{a}_{\tau O_1 A} = \boldsymbol{\varepsilon} * l_{O_1 A} \quad [m/c^2].$$

Оскільки кривошип 1 обертається рівномірно ( $\omega_1 = \text{const}$ ):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = d\omega_1 / dt = 0 \text{ і тому } \mathbf{a}_{\tau O_1 A} = 0.$$

Остаточно маємо що при рівномірному обертанні кривошипа повне прискорення точки А геометрично співпадає з її нормальним прискоренням, тобто :

$$\underline{\mathbf{a}}_A = \underline{\mathbf{a}}_{n O_1 A}$$

Таким чином, вектор повного прискорення  $\mathbf{a}_A$  спрямований (як і нормальне прискорення  $\mathbf{a}_{n O_1 A}$ ) по ланці  $O_1 A$  від точки А до точки  $O_1$  (див. рис. 2.2.1 а), а його величина (модуль) визначається як,

$$\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_{n O_1 A} = \omega_1^2 * l_{O_1 A} \quad [m/c^2].$$

Для побудови плану прискорень (рис. 3.1.1 в) із довільної точки  $P_a$  (полюс плану прискорень) відкладемо в напрямку  $\mathbf{a}_{n O_1 A}$  відрізок  $P_a \mathbf{a}$ , який зображує в масштабі повне прискорення точки А. Тоді масштаб плану прискорень  $M_a$  визначиться як,

$$M_a = \mathbf{a}_A / P_a \mathbf{a} * \quad [m/c^2 * mm].$$

Для визначення прискорення точки В скористуємось теоремою про прискорення точок тіла при плоскому русі. Згідно 1.1.4 для точки В можна записати:

$$\underline{\mathbf{a}}_B = \underline{\mathbf{a}}_A + \underline{\mathbf{a}}_{n AB} + \underline{\mathbf{a}}_{\tau AB} \quad (3.2.1)$$

Проаналізуємо це рівняння. Точка В разом з повзуном б рухається вертикально (поступально), тоді напрямок прискорення цієї точки, також

вертикально. Нормальне (доцентрове) прискорення  $\mathbf{a}_{nAB}$  спрямоване по ланці АВ від точки В до точки А, а по модулю визначається як,

$$\mathbf{a}_{nAB} = \omega_2^2 * l_{AB} \quad [m/c^2].$$

Вектор дотичного (обертального) прискорення  $\mathbf{a}_{\tau AB}$  спрямований перпендикулярно ланці АВ. Таким чином, в векторному рівнянні 1.3.1 невідомих по модулю лише дві величини, що дає можливість побудувати векторний замкнутий багатокутник.

$$\overline{\mathbf{a}_A} = \overline{\mathbf{a}_{nAB}} + \overline{\mathbf{a}_{\tau AB}} - \overline{\mathbf{a}_B} = 0 \quad (1.3.1)$$

у якому вектори  $\mathbf{a}_A$ ,  $\mathbf{a}_{nAB}$  і  $\mathbf{a}_{\tau AB}$  прямують один за одним (всі вони мають знак «плюс» в рівнянні, а вектор  $\mathbf{a}_B$  спрямований ім. на зустріч (знак «мінус»). На плані прискорень із точки  $\mathbf{a}$  відкладемо в масштабі  $M_a$  в напрямку прискорення  $\mathbf{a}_{nAB}$  відрізок  $\mathbf{an}$ , який визначає нормальне прискорення  $\mathbf{a}_{nAB}$ . Із отриманої точки  $\mathbf{n}$  проводимо промінь перпендикулярний ланці АВ (або  $\perp \mathbf{a}_{nAB}$ ), який визначає напрямок дотичного прискорення  $\mathbf{a}_{\tau AB}$ , до перетину з напрямком прискорення точки В (вертикальний промінь) із точки  $P_a$ . Модулі  $\mathbf{a}_{\tau AB}$  і  $\mathbf{a}_B$  визначимо, заміривши відповідні відрізки на плані прискорень і помноживши їх на масштаб плану прискорень  $M_a$ :

$$\mathbf{a}_{\tau AB} = \mathbf{nb} * M_a \quad [m/c^2];$$

$$\mathbf{a}_B = P_{ab} * M_a \quad [m/c^2].$$

для визначення прискорення точки С на плані прискорень з'єднаємо точку  $\mathbf{a}$  з точкою  $\mathbf{b}$  і використаємо теорему подібності, згідно якої,

$$AC/AB=ac/ab \Rightarrow ac=AC/AB*ab \quad [\text{мм}].$$

Відклавши на плані прискорень від точки  $a$  відрізок  $ac$ , знаходимо положення точки  $c$  на  $ab$ . Тоді вектор  $P_aC$  буде характеризувати по напрямку і модулю (величині) повне прискорення точки  $C$ ,

$$\mathbf{a}_c = P_aC * M_a \quad [\text{м/с}^2].$$

аналогічно знаходимо напрямок і модуль прискорення точки  $S_2$  (рис.2.2.1 в),

$$\mathbf{a}_s = P_aS * M_a \quad [\text{м/с}^2].$$

### **2.3. Визначення кутових швидкостей і кутових прискорень ланок механізмів.**

Кутові швидкості та кутові прискорення ланок є основними кінематичними характеристиками, що визначають характер обертального руху механізмів. Їх визначення є необхідним етапом кінематичного аналізу, оскільки саме ці величини безпосередньо пов'язані зі швидкостями і прискореннями точок ланок, а також із подальшим визначенням інерційних сил і моментів.

У плоских механізмах ланки можуть здійснювати обертальний, поступальний або складний плоский рух. Для ланок, що обертаються навколо нерухомої або миттєвої осі, кутова швидкість і кутове прискорення є зручними узагальненими параметрами руху.

Визначення кутових швидкостей і кутових прискорень ланок є необхідним для:

- аналізу динаміки механізмів;
- визначення інерційних моментів і навантажень;
- розрахунку сил тертя та зношування;

- оцінки працездатності й надійності механічних систем.

Кутові швидкості та кутові прискорення є ключовими кінематичними параметрами, що повністю характеризують обертальний рух ланок механізмів. Їх визначення методом планів ґрунтується на аналізі графічних побудов швидкостей і прискорень та дозволяє отримати наочні й достатньо точні результати для інженерних і навчальних задач.

Маючи плани швидкостей і прискорень можна визначити кутові швидкості  $\omega_i$  і кутові прискорення  $\epsilon_i$  ланок механізму. Кутова швидкість ланки (шатуна) АВ визначиться із формули 1.1.2.

$$\omega_2 = V_{AB}/AB \quad [1/c].$$

Для визначення напрямку  $\omega_2$  вектор АВ переносимо в точку В плану механізму і розглянемо обертання точки В відносно точки А в напрямку вектора  $V_{AB}$  (рис. 2.2.1. а). в нашому випадку це обертання відбувається проти ходу годинникової стрілки, отже,  $\omega_2$  спрямована проти ходу годинникової стрілки.

Кутове прискорення  $\epsilon_2$  шатуна АВ визначається як,

$$\epsilon_2 = \mathbf{a}_{\tau AB}/AB \quad [1/c].$$

Для визначення напрямку  $\epsilon_2$  переносимо вектор  $\mathbf{a}_{\tau AB}$  в точку В плану механізму (рис. 2.2.1.а) і з'ясуємо в яку сторону прагне обертати ланку АВ вектор  $\mathbf{a}_{\tau AB}$  навколо полюса (точки) А. В нашому випадку кутове прискорення спрямоване по ходу годинникової стрілки. Оскільки напрямки  $\omega_2$  і  $\epsilon_2$  протилежні по напрямку, то, отже, ланка (шатун) АВ обертається в плоскому русі *уповільнено*. Аналогічним чином визначається кутові швидкості  $\omega_i$  і кутові прискорення  $\epsilon_i$  усіх ланок механізму.

## Лабораторна робота

**ТЕМА: Побудова планів швидкостей та прискорень кулісного механізму.**

**Мета роботи:** вивчити кінематичні особливості кулісного механізму; набути практичних навичок графічного визначення швидкостей і прискорень ланок та характерних точок механізму шляхом побудови планів швидкостей і прискорень.

### Обладнання та матеріали

- схема кулісного механізму з заданими геометричними параметрами;
- креслярське приладдя (лінійка, циркуль, транспортир);
- міліметровий папір;
- калькулятор;
- методичні вказівки до роботи.

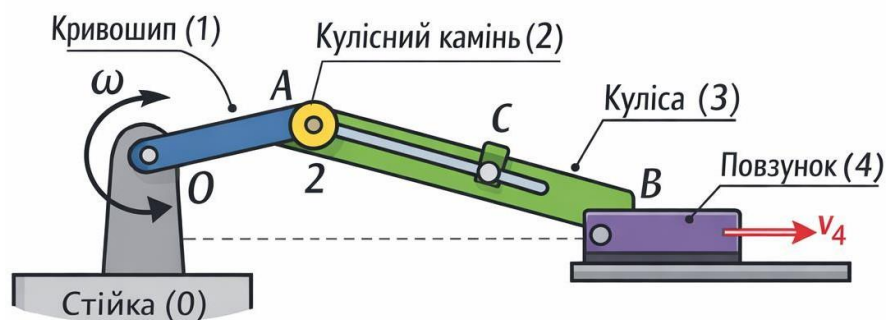


Рис. 1. Кінематична схема кулісного механізму

Лабораторна установка призначена для дослідження кінематичних характеристик кулісного механізму та побудови планів швидкостей і

прискорень його ланок. Установка являє собою навчальний стенд, на якому змонтовано кулісний механізм з можливістю наочного спостереження за рухом його елементів.

Кулісний механізм складається з таких основних ланок:

- стійки (0) — нерухомої основи механізму;
- кривошипа (1) — ведучої ланки, що здійснює обертальний рух навколо нерухомої осі;
- кулісного каменя або повзуна (2) — ланки, що переміщується вздовж куліси;
- куліси (3) — ланки з пазом, у якому рухається повзун;
- повзунка (4) — вихідної ланки, що здійснює зворотно-поступальний рух.

Рух у механізмі передається від кривошипа до куліси через кулісний камінь, унаслідок чого обертальний рух ведучої ланки перетворюється у зворотно-поступальний рух вихідної ланки.

Кінематична схема кулісного механізму відображає взаємне розташування ланок, кінематичні пари (обертальні та поступальні), а також характер руху кожної ланки. На схемі позначаються:

- геометричні розміри ланок;
- характерні точки механізму;
- напрямок обертання ведучої ланки;
- миттєві положення ланок.

Кінематична схема є основою для подальшої побудови планів швидкостей і прискорень та проведення кінематичного аналізу механізму.

### **Порядок виконання роботи**

1. Ознайомитися зі схемою кулісного механізму та його геометричними параметрами.
2. Побудувати кінематичну схему механізму у масштабі.
3. Задати напрям і величину кутової швидкості ведучої ланки.
4. Побудувати **план швидкостей**:

- вибрати масштаб швидкостей;
- визначити швидкості характерних точок механізму;
- встановити напрямки векторів швидкостей.

5. Побудувати **план прискорень**:

- вибрати масштаб прискорень;
- визначити нормальні та дотичні складові прискорень;
- побудувати повні вектори прискорень характерних точок.

6. За отриманими планами визначити числові значення швидкостей і прискорень.

7. Зробити висновки щодо характеру руху ланок кулісного механізму.

**План швидкостей.**

Розглянемо кінематичну схему кулісного механізму (див. рис. 1 а) точка А приймає участь в складному русі, при цьому переносним рухом є обертання куліси 3 з кутовою швидкістю  $\omega_3 (\omega_3 = \omega_e)$ , а відносним рухом – поступальний рух камня 2 по кулісі 3 зі швидкістю  $V_{rA_2A_3}$ .

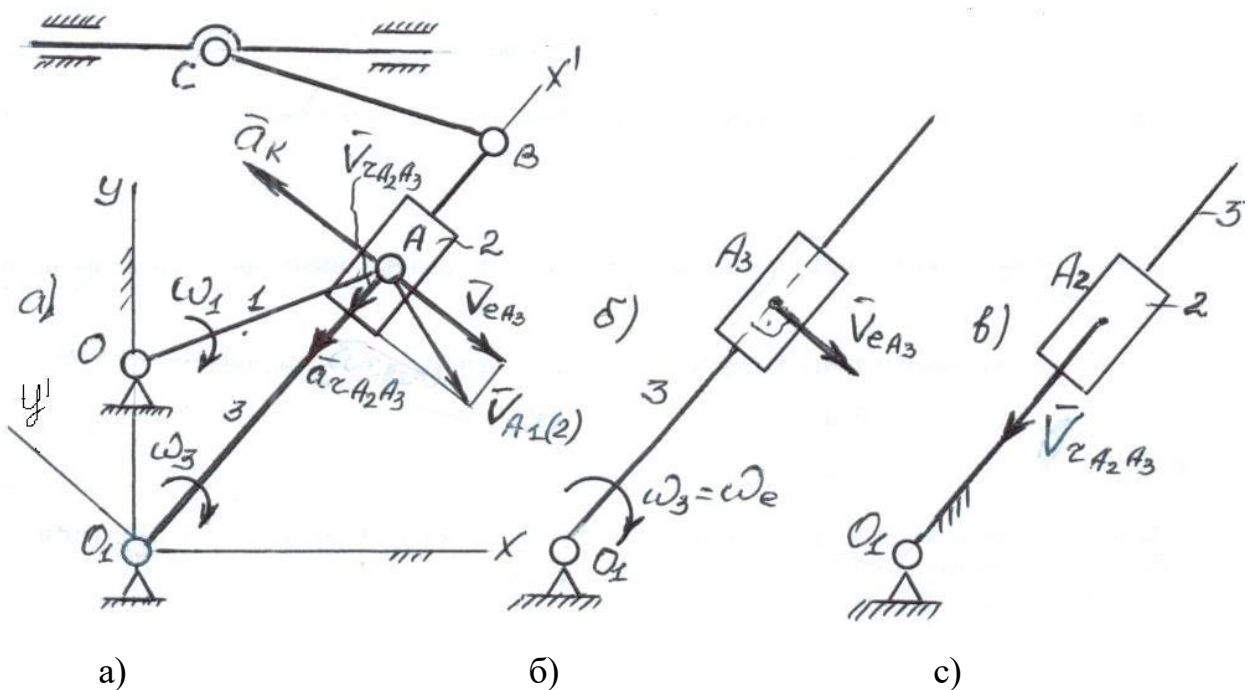


Рис. 1. Кінематична схема кулісного механізму.

Скористуємось теоремою про швидкості точки в складному русі.

Згідно рівняння 1.2.1. маємо

$$\underline{V_{A1(2)}} = \underline{V_{rA2A3}} + \underline{V_{eA3}}$$

Абсолютна швидкість точки А 1(2) визначимо як обертальну швидкість навколо точки О:

$$V_{A1(2)} = \omega_1 * l_{OA} \quad [m/c]$$

Вектор  $V_{A1(2)}$  спрямований перпендикулярно ланці ОА в сторону  $\omega_1$ , напрямки  $V_{rA2A3}$  і  $V_{eA3}$  також відомі, так як відносна швидкість  $V_{rA2A3}$  камня 2 по кулісі 3 спрямована по кулісі, а переносна швидкість  $V_{eA3}$  спрямована перпендикулярно кулісі 3. Із полюса плана швидкостей Pv (рис.2) відкладемо у напрямку  $V_{A1(2)}$  відрізок Pva<sub>1(2)</sub>, який визначає в масштабі швидкість точки А 1(2). Із точки а 1(2) плану швидкостей проведемо промінь, паралельний кулісі 3 (напрямок  $V_{rA2A3}$ ), а із полюса Pv промінь, перпендикулярний кулісі 3 (напрямок  $V_{eA3}$ ).

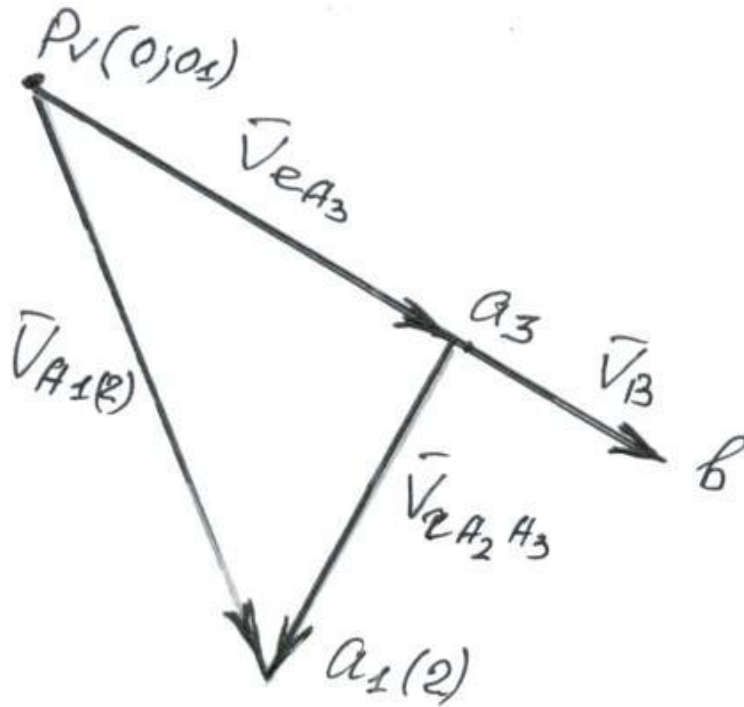


Рис. 2. План швидкостей.

На перетині цих двох променів отримуємо точку  $\mathbf{a}_3$ . Відрізок  $P_v a_3$  визначає шукану швидкість точки  $A_3$ , яка належить кулісі 3.

$$V_{A_3} = P_v a_3 * M_V \quad [m/c].$$

Щоб знайти швидкість точки В яка належить кулісі 3, скористуємось теоремою подібності, згідно якої

$$O_1 A_3 / O_1 B = P_v a_3 / P_v b \Rightarrow P_v b = O_1 B / O_1 A_3 * P_v a_3 \quad [mm].$$

Відкладемо із полюса  $P_v$  відрізок  $P_v b$ , який характеризує напрямок і модуль швидкості точки В, тоді:

$$V_B = P_v b * M_V \quad [m/c].$$

### *План прискорень.*

Оскільки точка А здійснює складний рух, то скористаємось теоремою про прискорення точки в складному русі. Згідно 1.2.2. можна записати, що

$$\mathbf{a}_{A1(2)} = \mathbf{a}_{eA3} + \mathbf{a}_{rA2A3} + \mathbf{a}_K$$

Розкладемо вектор  $\mathbf{a}_{eA3}$  на нормальне  $\mathbf{a}_{nO1A3}$  і дотичне  $\mathbf{a}_{\tau O1A3}$  прискорення в обертальному переносному русі куліси 3 навколо точки  $O_1$ .  
Тоді:

$$\mathbf{a}_{nO1A3} + \mathbf{a}_{\tau O1A3} + \mathbf{a}_{rA2A3} + \mathbf{a}_K - \mathbf{a}_{A1(2)} = 0 \quad (1)$$

проаналізуємо отримане векторне рівняння на предмет можливості його графічного зображення у виді замкнутого векторного багатокутника. Нормальне прискорення в переносному русі  $\mathbf{a}_{nO1A3}$  спрямоване по кулісі від точки А до точки  $O_1$ , по величині

$$\mathbf{a}_{nO1A3} = \omega_3 * l_{O1A3} \quad [m/c^2]$$

Дотичне прискорення  $\vec{a}_{\tau O_1 A_3}$  спрямовано перпендикулярно кулісі, тобто:

$$\vec{a}_{\tau O_1 A_3} \perp \vec{a}_{\rho O_1 A_3}$$

Відносно прискорення  $\vec{a}_{\tau O_1 A_3}$  спрямоване по кулісі величина його невідома. Коріолісове прискорення можна знайти і по модулю і по напрямку. Згідно правила Жуковського, щоб знайти напрямок  $\vec{a}_K$  треба вектор  $\vec{V}_{\Gamma A_2 A_3}$  повернути в площині на  $90^\circ$  в напрямку кутової швидкості переносного руху, отже, вектор  $\vec{a}_K$  буде спрямований в нашому випадку перпендикулярно кулісі 3. Модуль коріолісового прискорення:

$$\vec{a}_K = 2 * \omega_3 * \vec{V}_{\Gamma A_2 A_3} \quad [m/c^2]$$

Таким чином, в векторному рівнянні 2 мають місце два вектори  $\vec{a}_{\Gamma A_2 A_3}$  і  $\vec{a}_{\tau O_1 A_3}$  невідомі по модулю, але відомі по напрямку. Отже, це рівняння можна побудувати графічно у виді замкнутого багатокутника прискорень, у якого вектори  $\vec{a}_{\rho O_1 A_3}$ ,  $\vec{a}_{\tau O_1 A_3}$ ,  $\vec{a}_{\Gamma A_2 A_3}$  і  $\vec{a}_K$  спрямовані по єдиному обходу назустріч вектору  $\vec{a}_{A_1(2)}$ .

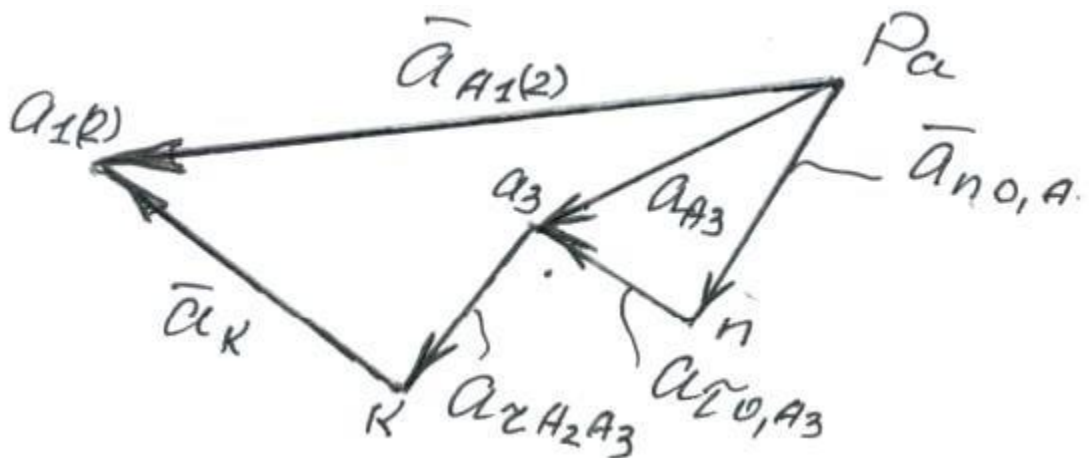


Рис 2. План прискорень.

Побудову слід починати в зворотному порядку чім в рівнянні, т.т. з вектора  $\mathbf{a}_{A_1(2)}$  (див. рис. 2). З полюса плана прискорень  $P_a$  відкладемо в напрямку  $\mathbf{a}_{A_1(2)}$  відрізок  $P_a\mathbf{a}_{1(2)}$ , який визначає в масштабі абсолютне прискорення точки  $A_{1(2)}$ . Потім із точки  $\mathbf{a}_{1(2)}$  відкладемо відрізок  $\mathbf{a}_{1(2)k}$  в напрямку  $\mathbf{a}_k$ , який визначає коріолісове прискорення, пам'ятаючи про те, що згідно рис.1. вектори  $\mathbf{a}_{A_1(2)}$  і  $\mathbf{a}_k$  спрямовані на зустріч один одному (мають різні знаки в рівнянні). Із точки  $k$  проведемо промінь – напрямок відносного прискорення  $\mathbf{a}_{r_{A_2A_3}}$  невідомого по модулю. Щоб багатокутник був замкнутим, із полюса  $P_a$  відкладаємо в напрямку  $\mathbf{a}_{n_{O_1A_3}}$  відрізок  $P_a n$ , який визначає величину нормального прискорення в переносному русі, а із точки  $n$  проводимо промінь який визначає напрямок  $\mathbf{a}_{t_{O_1A_3}}$  до перетину з променем, який визначає напрямок вектора  $\mathbf{a}_{r_{A_2A_3}}$ . В перетині отримуємо точку  $\mathbf{a}_3$ . з'єднав полюс  $P_a$  з точкою  $\mathbf{a}_3$  отримаємо напрямок вектора прискорення точки  $A_3$  ( $\mathbf{a}_{A_3}$ ), яка належить кулісі 3.

$$\mathbf{a}_{A_3} = P_a \mathbf{a}_3 * M_a \quad [m/c^2].$$

Для визначення прискорення точки  $B$  скористуємось теоремою подібності, згідно якої:

$$O_1A_3/O_1B = P_a \mathbf{a}_3 / P_a \mathbf{b} \Rightarrow P_a \mathbf{b} = O_1B/O_1A_3 * P_a \mathbf{a}_3 \quad [mm].$$

Відклавши на плані прискорень від полюса  $P_a$  напрямку  $\mathbf{a}_{A_3}$  відрізок  $P_a \mathbf{b}$  отримаємо повне прискорення точки  $B$ .

$$\mathbf{a}_B = P_a \mathbf{b} * M_a \quad [m/c^2].$$

## ВИСНОВКИ

1. Метод планів відрізняється простотою, застосуванням до будь якого механізму, універсальністю, дає можливість визначення кінематичних параметрів не тільки по величині, а і по напрямку. Метод планів дозволяє отримати, як би миттєву «фотокартку» розподілення векторів швидкостей і прискорень всіх точок ланок механізму.

2. Теоретичною основою методу планів є теорема про швидкість та прискорення точок тіла при плоскому рухах.

3. Плани швидкостей та прискорень базуються на двох типах векторних рівнянь:

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{AB}$$

=>При плоскому русі

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{nAB} + \overline{a}_{\tau AB}$$

$$\overline{V}_{A1(2)} = \overline{V}_{rA2A3} + \overline{V}_{eA3}$$

=>При складному русі

$$\overline{a}_{A1(2)} = \overline{a}_{eA3} + \overline{a}_{\tau A2A3} + \overline{a}_K$$

4. Оскільки плани швидкостей і прискорень характеризують миттєвий кінематичний стан механізму, то, щоб мати повну кінематичну характеристику механізму за один оберт ведучої ланку, необхідно плани швидкостей і прискорень побудувати для рядка послідовних положень механізму, частіше всього при інженерних розрахунках для 12 - 18 положень механізму.

## ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ТА САМОКОНТРОЛЮ

1. Що називають плоским (плоскопаралельним) рухом твердого тіла?
2. На які рухи розкладається плоский рух твердого тіла?
3. Які рівняння визначають плоский рух твердого тіла?
4. Як формулюються теореми про швидкості і прискорення точок твердого тіла при плоскому русі?
5. Що називається планами швидкостей та прискорень?
6. Як визначаються напрямки  $\omega_i$  і  $\epsilon_i$  ланок механізму?
7. Як визначаються напрямки відносних швидкостей на плані швидкостей?
8. Що характеризується і як визначаються по модулю і напрямку нормальне і дотичне прискорення?
9. Як формулюються теореми про швидкість та прискорення точок тіла при складному русі?
10. Що таке абсолютний, переносний і відносний рухи твердого тіла?
11. Яка фізична сутність прискорення Коріоліса?
12. Як визначаються модуль і напрямок прискорення Коріоліса?
13. В якій послідовності будують плани швидкостей і прискорень при складному русі?
14. Як формулюється теорема подібності?
15. Як розташовані вектори доцентрового і обертального прискорення на плані прискорень?

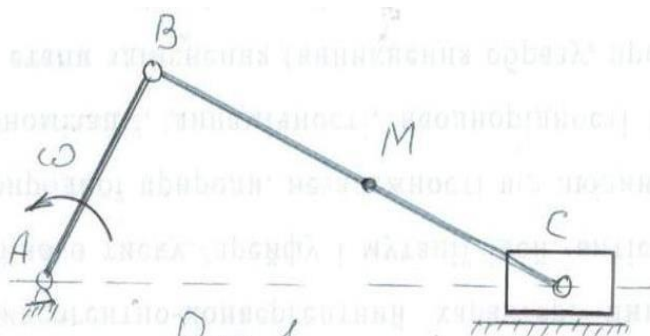
**ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ ДО РОЗДІЛУ  
«КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ»**

\_\_\_\_\_ ПІБ

\_\_\_\_\_ Група

Варіант № 1.

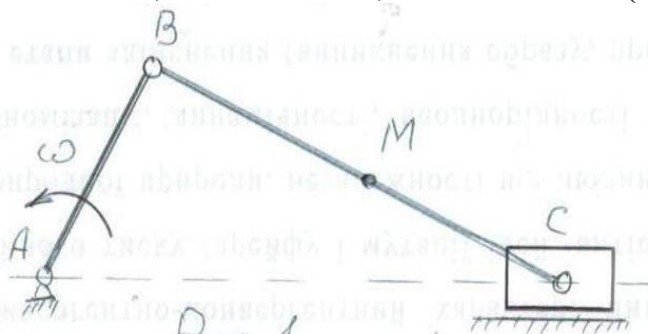
1. Завданням кінематичного аналізу механізмів є:
  - а) визначення реакцій в шарнірах;
  - б) визначення складу механізму;
  - в) визначення сил, діючих на ланку механізму;
  - г) визначення положень ланок за період руху.
2. Абсолютна швидкість  $V_B$  будь-якої точки (B) ланки (AB) яка рухається поступально \* визначається (якщо відома  $V_A$  цієї ж ланки) :
  - а)  $V_B = V_A$ ;
  - б)  $V_B = V_A + V_{AB}$ ;
  - в)  $V_B = \omega * AB$ ;
  - г)  $V_B = \omega * AB/2$ .
3. Дайте визначення терміну «Кінематична діаграма».
4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\Phi = 30^\circ$ , якщо  $V_{CP} = 15$  м/с при повороті кривошипа на  $\Phi = 150^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t)  $y_{30}^0 = 15$  мм і  $y_{150}^0 = 100$  мм:
  - а)  $V_{CP30} = 8,75$  м/с;
  - б)  $V_{CP30} = 2,25$  м/с;
  - в)  $V_{CP30} = 1,0$  м/с;
  - г)  $V_{CP30} = 9,75$  м/с.
5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка M кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 50$  мм;  $L_{AC} = 150$  мм;  $L_{BM} = 75$  мм. (див. рис. 1)



\_\_\_\_\_ Підпис студента

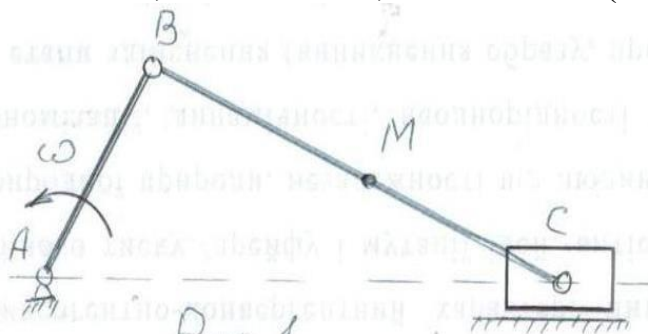
## Варіант № 2.

- Завданням кінематичного аналізу механізмів є:
  - визначення сил, діючих на ланку механізму;
  - визначення траєкторій руху його точок;
  - визначення складу механізму;
  - визначення реакцій в шарнірах.
- Абсолютна швидкість  $V_B$  будь-якої точки (B) ланки (AB) яка рухається поступально \* визначається (якщо відома  $V_A$  цієї ж ланки) :
  - $V_B = W * AB$ ;
  - $V_B = V_A + V_{AB}$ ;
  - $V_B = V_A$ ;
  - $V_B = W * h$ .
- Дайте визначення терміну «Шатунна крива».
- Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\Phi = 60^\circ$ , якщо  $V_{CP120} = 30$  м/с при повороті кривошипа на  $\Phi = 120^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t)  $y_0 = 120$  мм і  $y_{120} = 80$  мм:
  - $V_{CP60} = 45$  м/с;
  - $V_{CP60} = 55$  м/с;
  - $V_{CP60} = 35$  м/с;
  - $V_{CP60} = 40$  м/с.
- Побудуйте шатунну криву, яку описує точка M кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 30$  мм;  $L_{AC} = 140$  мм;  $L_{BM} = 100$  мм. (див. рис. 1)



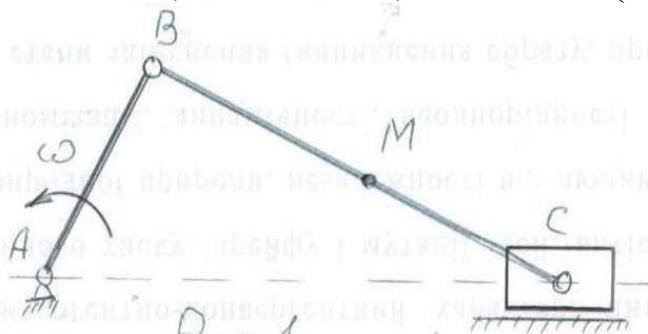
## Варіант № 3.

- Завданням кінематичного аналізу механізмів є:
  - визначення реакцій в шарнірах;
  - визначення колових швидкостей і прискорень;
  - визначення сил, діючих на ланки ;
  - визначення складу механізму.
- Абсолютна швидкість  $V_B$  будь-якої точки (B) ланки (AB) яка рухається поступально \* визначається (якщо відома  $V_A$  цієї ж ланки) :
  - $V_B = V_A + V_{AB}$ ;
  - $V_B = V_A - V_{AB}$ ;
  - $V_B = V_A$ ;
  - $V_B = \omega * AB$ .
- Дайте визначення терміну «Траєкторія руху точки».
- Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $V_{CP210} = 21$  м/с при повороті кривошипа на  $\varphi = 210^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t ) у  $\frac{0}{60} = 75$  мм і  $y_{\frac{0}{60}} = 37$  мм:
  - $V_{CP60}^0 = 52,5$  м/с;
  - $V_{CP60}^0 = 40,3$  м/с;
  - $V_{CP60}^0 = 42,6$  м/с;
  - $V_{CP60}^0 = 32,6$  м/с.
- Побудуйте шатунну криву, яку описує точка M кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 40$  мм;  $L_{AC} = 200$  мм;  $L_{BM} = 30$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 4.

1. Завданням кінематичного аналізу механізмів є:
  - а) визначення кутових швидкостей і прискорень;
  - б) визначення кількості рухомих ланок;
  - в) визначення кількості шарнірних пар;
  - г) визначення сил, діючих на ланки визначення складу механізму.
2. Абсолютне прискорення  $a_B$  будь-якої точки В ланки АВ, яка рухається поступально \* визначається (якщо відома  $a_A$  ланки) :
  - а)  $a_B = a_A + a_{AB}$ ;
  - б)  $a_B = a_A * 10$ ;
  - в)  $a_B = a_A$ ;
  - г)  $a_B = a_A - a_{AB}$ .
3. Дайте визначення терміну «Мертве положення механізму».
4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\Phi = 60^\circ$ , якщо  $V_{CP330^\circ} = 12$  м/с при повороті кривошипа на  $\Phi = 330^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t) у  $y_{60^\circ}^0 = 15$  мм і  $y_{330^\circ}^0 = 42$  мм і
  - а)  $V_{CP60^\circ}^0 = 23,6$  м/с;
  - б)  $V_{CP60^\circ}^0 = 43,6$  м/с;
  - в)  $V_{CP60^\circ}^0 = 30,6$  м/с;
  - г)  $V_{CP60^\circ}^0 = 33,6$  м/с.
5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 100$  мм;  $L_{AC} = 300$  мм;  $L_{BM} = L_{BC}/2$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 5.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод Фрейда;
- б) метод Чебишева;
- в) метод визначення траєкторій руху;
- г) метод зрівноваження обертових мас.

2. Абсолютне прискорення  $a_B$  будь-якої точки В ланки АВ, яка рухається обертально \* визначається (якщо відома  $a_A$  ланки) :

- а)  $a_B = a_{nB} + a_{tB}$ ;
- б)  $a_B = a_A$ ;
- в)  $a_B = a_A + a_{nAB} + a_{tAB}$ ;
- г)  $a_B = a_A - a_{AB}$ .

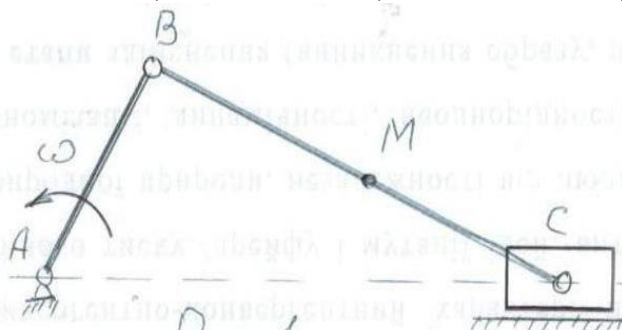
3. Дайте визначення терміну «Хід повзуна».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $V_{CP120^\circ} = 44$  м/с при повороті

кривошипа на  $\varphi = 120^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t)  $y_{50^\circ} = 52$  мм і  $y_{10^\circ} = 68$  мм:

- а)  $V_{CP60^\circ} = 33,6$  м/с;
- б)  $V_{CP60^\circ} = 23,6$  м/с;
- в)  $V_{CP60^\circ} = 43,6$  м/с;
- г)  $V_{CP60^\circ} = 30,6$  м/с.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 50$  мм;  $L_{AC} = 300$  мм;  $L_{BM} = 100$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 6.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод аналогів;
- б) метод бінома;
- в) метод Ассура;
- г) метод Жуковського.

2. Абсолютне прискорення  $a_B$  будь-якої точки В ланки АВ, яка рухається плоскопаралельно \* визначається (якщо відома  $a_A$  ланки) :

- а)  $a_B = a_A$  ;
- б)  $a_B = a_{nA} + a_{\tau A}$ ;
- в)  $a_B = a_A + a_{nAB} + a_{\tau AB}$ ;
- г)  $a_B = a_{nA} + a_{\tau A} + a_{nAB} + a_{\tau AB}$ .

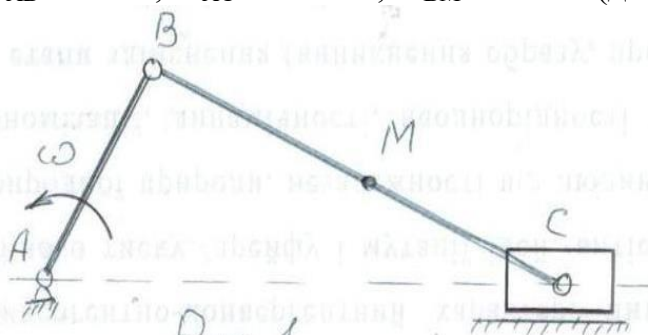
3. Дайте визначення терміну «Аксіальний механізм».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $V_{CP180^\circ} = 18$  м/с при повороті

кривошипа на  $\varphi = 180^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t ) у  $\varphi_0 = 34$  мм і  $y_0 = 105$  мм:

- а)  $V_{CP60} = 5,86$  м/с;
- б)  $V_{CP60} = 6,83$  м/с;
- в)  $V_{CP60} = 5,03$  м/с;
- г)  $V_{CP60} = 4,83$  м/с.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 60$  мм;  $L_{AC} = 250$  мм;  $L_{BM} = 30$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 7.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод зрівноваження;
- б) метод Ассура;
- в) метод Жуковського;
- г) координатний метод.

2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки АВ при поступальному русі ланки визначається по формулі :

- а)  $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
- б)  $\omega_{AB} = V_B/AB$ ;
- в)  $\omega_{AB} = 0$ ;
- г)  $\omega_{AB} = V_{A+V_{AB}}/AB$ .

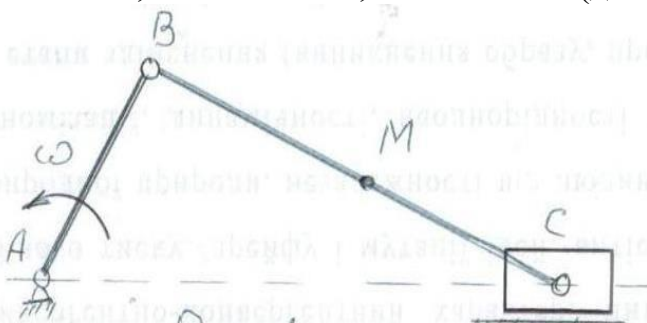
3. Дайте визначення терміну «дезаксіальний механізм».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $V_{CP90^\circ} = 12$  м/с при повороті

кривошипа на  $\varphi = 90^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t)  $y_{60^\circ} = 34$  мм і  $y_{90^\circ} = 68$  мм:

- а)  $V_{CP60^\circ} = 4$  м/с;
- б)  $V_{CP60^\circ} = 7$  м/с;
- в)  $V_{CP60^\circ} = 5$  м/с;
- г)  $V_{CP60^\circ} = 6$  м/с.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=70$  мм;  $L_{AC}=140$  мм;  $L_{BM}=60$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 8.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод комплексних чисел;
- б) метод Жуковського;
- в) метод Ассура;
- г) метод кінетостатики .

2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки АВ при обертальному русі ланки визначається по формулі :

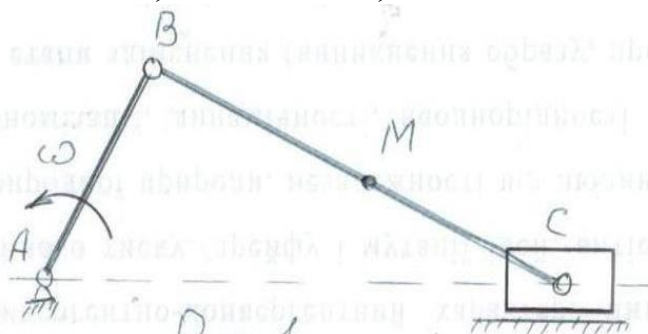
- а)  $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
- б)  $\omega_{AB} = V_B + V_A/AB$ ;
- в)  $\omega_{AB} = a_B * AB$ ;
- г)  $\omega_{AB} = 0$ .

3. Дайте визначення терміну «Рядове зубчате зачеплення».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $V_{CP30^\circ} = 17$  м/с при повороті кривошипа на  $\varphi = 30^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t )  $y_{60^\circ} = 52$  мм і  $y_{30^\circ} = 26$  мм:

- а)  $V_{CP60^\circ} = 35$  м/с;
- б)  $V_{CP60^\circ} = 34$  м/с;
- в)  $V_{CP60^\circ} = 45$  м/с;
- г)  $V_{CP60^\circ} = 44$  м/с.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 30$  мм;  $L_{AC} = 130$  мм;  $L_{BM} = L_{BC}/2$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 9.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод Жуковського;
- б) метод Ассура;
- в) метод кінетостатики;
- г) метод векторної алгебри.

2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки АВ при плоскопаралельному русі ланки визначається по формулі :

- а)  $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
- б)  $\omega_{AB} = V_B /AB$ ;
- в)  $\omega_{AB} = V_{AB}/AB$ ;
- г)  $\omega_{AB} = V_A + V_B /AB$ .

3. Дайте визначення терміну «Ступінчате зубчате зачеплення».

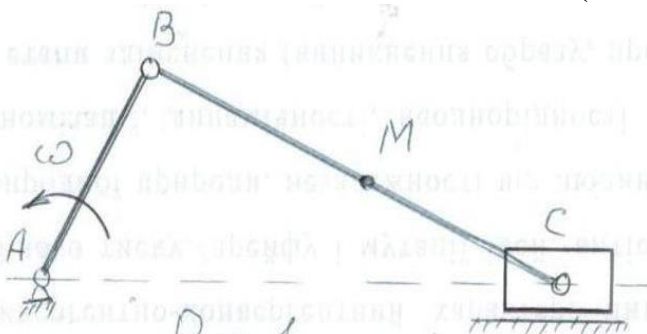
4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при

повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $a_{C\varphi 30^\circ} = 30 \text{ м/с}^2$  при повороті

кривошипу на  $\varphi = 30^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$ )  $y_{60^\circ} = 42 \text{ мм}$  і  $y_{30^\circ} = 84 \text{ мм}$ :

- а)  $a_{C\varphi 60^\circ} = 14 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{C\varphi 60^\circ} = 13 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{C\varphi 60^\circ} = 15 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{C\varphi 60^\circ} = 16 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=35 \text{ мм}$ ;  $L_{AC}= 140 \text{ мм}$ ;  $L_{BM}= L_{BC}/2$ . (див. рис.1)



## Варіант № 10.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод жорстких ланок;
- б) метод колових шаблонів;
- в) метод балансованих мас;
- г) метод зрівноважених ланок.

2. Кутове прискорення  $\epsilon_{AB}$  ланки АВ при поступальному русі ланки визначається по формулі :

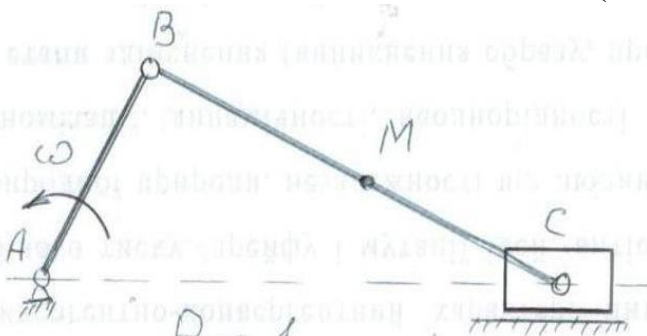
- а)  $\epsilon_{AB} = a_A^2/AB$ ;
- б)  $\epsilon_{AB} = 0$  ;
- в)  $\epsilon_{AB} = a_B /AB$ ;
- г)  $\epsilon_{AB} = a_B+a_A/AB$ .

3. Дайте визначення терміну «Властивість плану швидкостей».

4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $a_{CP30^0} = 30$  м/с<sup>2</sup> при повороті кривошипу на  $\varphi = 90^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі а-t )  $y_{60^0} = 42$ мм і  $y_{30^0} = 21$  мм:

- а)  $a_{CP60^0} = 70$  м/с<sup>2</sup>;
- б)  $a_{CP60^0} = 65$  м/с<sup>2</sup>;
- в)  $a_{CP60^0} = 60$  м/с<sup>2</sup>;
- г)  $a_{CP60^0} = 50$  м/с<sup>2</sup>.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=100$  мм;  $L_{AC}=300$  мм;  $L_{BM}= L_{BC}/2$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 11.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод засічок;
- б) метод колових шаблонів;
- в) метод рисок;
- г) метод спряжень.

2. Кутове прискорення  $\epsilon_{AB}$  ланки АВ при поступальному русі ланки визначається по формулі :

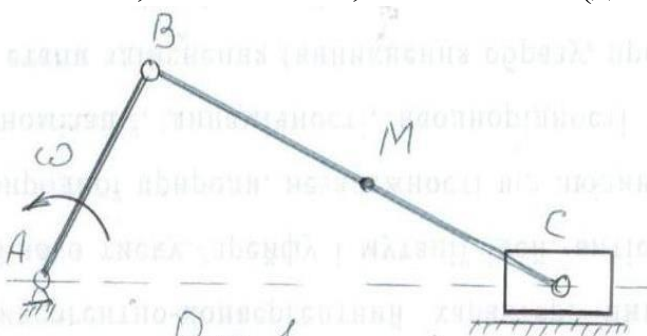
- а)  $\epsilon_{AB} = a_{n_{AB}}/AB$ ;
- б)  $\epsilon_{AB} = a_{i_{AB}}/AB$  ;
- в)  $\epsilon_{AB} = a_A - a_B /AB$ ;
- г)  $\epsilon_{AB} = a_A + a_B /AB$ .

3. Дайте визначення терміну «Властивість плану прискорень».

4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $a_{CP180^\circ} = 90 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 180^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$  )  $y_{60^\circ} = 42 \text{ мм}$  і  $y_{180^\circ} = 52 \text{ мм}$ :

- а)  $a_{CP60^\circ} = 73 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{CP60^\circ} = 63 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{CP60^\circ} = 53 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{CP60^\circ} = 83 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=40 \text{ мм}$ ;  $L_{AC}=140 \text{ мм}$ ;  $L_{BM}= 40 \text{ мм}$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 12.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод кінематичних діаграм;
- б) метод Жуковського;
- в) метод Артоболовського;
- г) метод Чебишева.

2. Кутове прискорення  $\epsilon_{AB}$  ланки АВ при обертальному русі ланки визначається по формулі :

- а)  $\epsilon_{AB} = a_{\tau B}/AB$ ;
- б)  $\epsilon_{AB} = a^2_{nB}/AB$ ;
- в)  $\epsilon_{AB} = a_A - a_B / AB$ ;
- г)  $\epsilon_{AB} = a_A + a_B / AB$ .

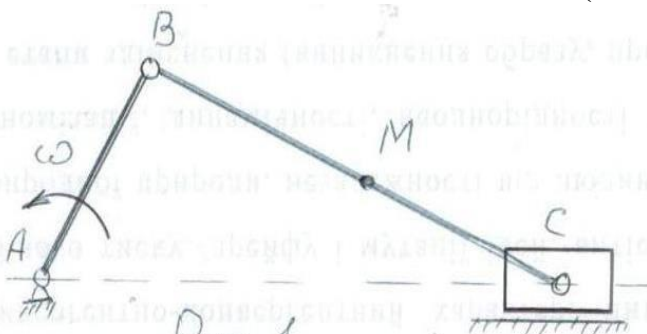
3. Дайте визначення терміну «Теорема пропорційності».

4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $a_{CP210^\circ} = 20 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 210^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$ )

$y_{60^\circ} = 42 \text{ мм}$  і  $y_{210^\circ} = 20 \text{ мм}$ :

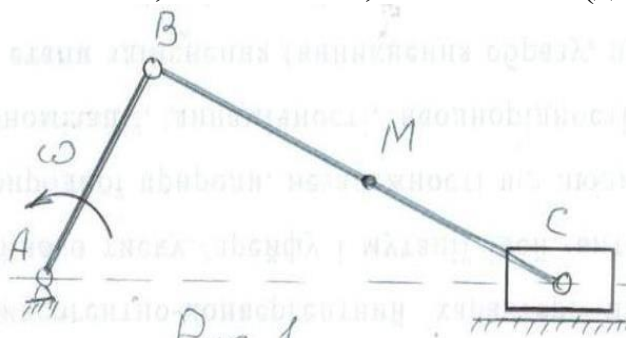
- а)  $a_{CP60^\circ} = 45 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{CP60^\circ} = 40 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{CP60^\circ} = 52 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{CP60^\circ} = 42 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=45 \text{ мм}$ ;  $L_{AC}=145 \text{ мм}$ ;  $L_{BM}= 50 \text{ мм}$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 13.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:
- метод похідних;
  - метод аналітичного інтегрування;
  - метод графічного диференціювання;
  - метод констант.
2. Абсолютне прискорення  $a_B$  будь-якої точки B ланки AB, яка рухається плоскопаралельно \* визначається (якщо відома  $a_A$  ланки) :
- $\bar{a}_B = \bar{a}_A$  ;
  - $\bar{a}_B = \bar{a}_{nA} + \bar{a}_{\tau A}$ ;
  - $\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{nAB} + \bar{a}_{\tau AB}$ ;
  - $a_B = \bar{a}_{nA} + \bar{a}_{\tau A} - \bar{a}_{nAB} + \bar{a}_{\tau AB}$ .
3. Дайте визначення терміну «Теорема подібності».
4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $a_{CP360} = 150 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 360^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$  )  $y_{60} = 42 \text{ мм}$  і  $y_{360} = 95 \text{ мм}$ :
- $a_{CP60} = 60,3 \text{ м/с}^2$ ;
  - $a_{CP60} = 66,3 \text{ м/с}^2$ ;
  - $a_{CP60} = 55,3 \text{ м/с}^2$ ;
  - $a_{CP60} = 59,3 \text{ м/с}^2$ .
5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка M кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 55 \text{ мм}$ ;  $L_{AC} = 110 \text{ мм}$ ;  $L_{BM} = L_{BC}/2$ . (див. рис.1)



## Варіант № 14.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод аналітичного інтегрування похідних;
- б) метод графічного інтегрування;
- в) метод аналітичного диференціювання;
- г) метод Верещагіна.

2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки АВ при поступальному русі ланки визначається по формулі :

- а)  $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
- б)  $\omega_{AB} = V_B/AB$ ;
- в)  $\omega_{AB} = 0$ ;
- г)  $\omega_{AB} = V_{A+} V_{AB} / AB$ .

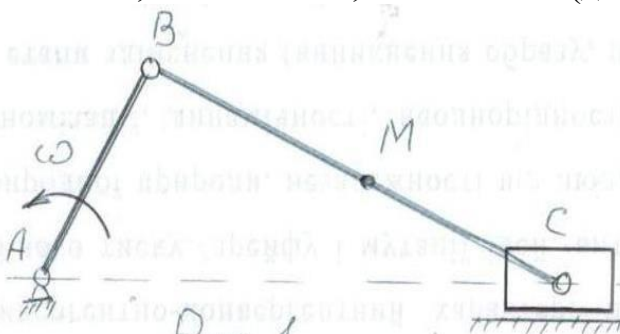
3. Дайте визначення терміну «миттєве положення механізму».

4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $a_{CP150^\circ} = 34 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 150^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$ )

$y_{60^\circ} = 54 \text{ мм}$  і  $y_{150^\circ} = 20 \text{ мм}$ :

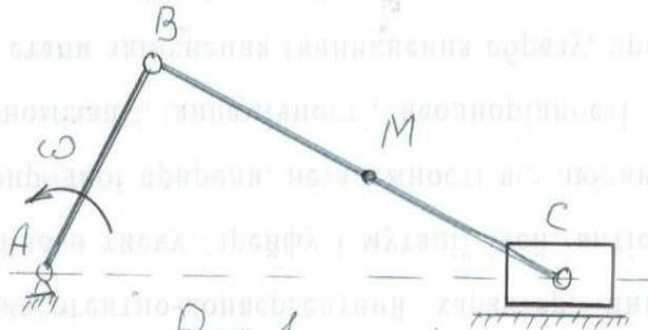
- а)  $a_{CP60^\circ} = 92 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{CP60^\circ} = 82 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{CP60^\circ} = 102 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{CP60^\circ} = 100 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=35 \text{ мм}$ ;  $L_{AC}=105 \text{ мм}$ ;  $L_{BM}= L_{BC}/2$ . (див. рис.1)



## Варіант № 15.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:
- метод Верещагіна;
  - метод кінетостатики;
  - метод Мора;
  - метод планів (графо-аналітичний).
2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки AB при обертовому русі ланки визначається по формулі :
- $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
  - $\omega_{AB} = V_B + V_A/AB$ ;
  - $\omega_{AB} = a_B * AB$ ;
  - $\omega_{AB} = 0$ .
3. Дайте визначення терміну «Масштаб кінематичної діаграми».
4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $a_{CP330^\circ} = 138 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 330^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі a-t)  
 $y_{60^\circ} = 58 \text{ мм}$  і  $y_{330^\circ} = 100 \text{ мм}$ :
- $a_{CP60^\circ} = 80 \text{ м/с}^2$ ;
  - $a_{CP60^\circ} = 90 \text{ м/с}^2$ ;
  - $a_{CP60^\circ} = 70 \text{ м/с}^2$ ;
  - $a_{CP60^\circ} = 73,5 \text{ м/с}^2$ .
5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка M кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 60 \text{ мм}$ ;  $L_{AC} = 120 \text{ мм}$ ;  $L_{BM} = L_{BC}/3$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 16.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод аналогів;
- б) метод бінома;
- в) метод Ассура;
- г) метод Жуковського.

2. Абсолютне прискорення  $a_B$  будь-якої точки В ланки АВ, яка рухається плоскопаралельно \* визначається (якщо відома  $a_A$  ланки) :

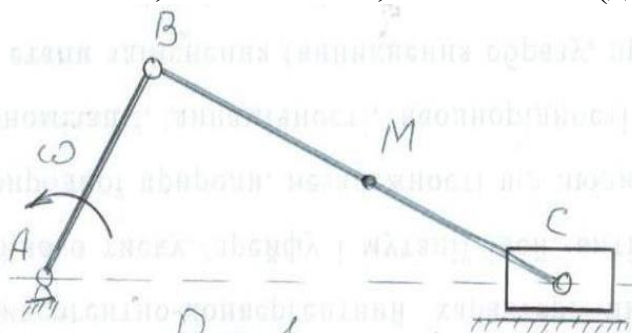
- а)  $a_B = a_A$  ;
- б)  $a_B = a_{nA} + a_{\tau A}$ ;
- в)  $a_B = a_A + a_{nAB} + a_{\tau AB}$ ;
- г)  $a_B = a_{nA} + a_{IA} - a_{nAB} + a_{\tau AB}$ .

3. Дайте визначення терміну «Дезаксіальний механізм».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\Phi = 60^\circ$  , якщо  $V_{CP180^\circ} = 18$  м/с при повороті кривошипа на  $\Phi = 180^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t ) у  $\overset{0}{y}_{60} = 34$  мм і  $\overset{0}{y}_{180} = 105$  мм:

- а)  $\overset{180}{V}_{CP60} = 5,86$  м/с;
- б)  $V_{CP60} = 6,83$  м/с;
- в)  $\overset{0}{V}_{CP60} = 5,03$  м/с;
- г)  $\overset{0}{V}_{CP60} = 4,83$  м/с.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 60$  мм;  $L_{AC} = 250$  мм;  $L_{BM} = 30$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 17.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод комплексних чисел;
- б) метод Жуковського;
- в) метод Ассура;
- г) метод кінетостатики .

2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки АВ при поступальному русі ланки визначається по формулі :

- а)  $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
- б)  $\omega_{AB} = V_B/AB$ ;
- в)  $\omega_{AB} = 0$ ;
- г)  $\omega_{AB} = V_{A+V_{AB}}/AB$ .

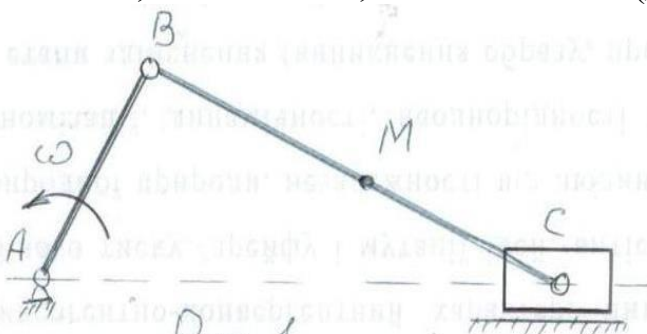
3. Дайте визначення терміну «Аксіальний механізм».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $V_{CP90^\circ} = 12$  м/с при повороті

кривошипа на  $\varphi = 90^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t )  $y_{60^\circ} = 34$  мм і  $y_{90^\circ} = 68$  мм:

- а)  $V_{CP60^\circ} = 4$  м/с;
- б)  $V_{CP60^\circ} = 7$  м/с;
- в)  $V_{CP60^\circ} = 5$  м/с;
- г)  $V_{CP60^\circ} = 6$  м/с.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 30$  мм;  $L_{AC} = 130$  мм;  $L_{BM} = L_{BC}/2$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 18.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод зрівноваження;
- б) метод Ассура;
- в) метод Жуковського;
- г) координатний метод .

2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки АВ при обертальному русі ланки визначається по формулі :

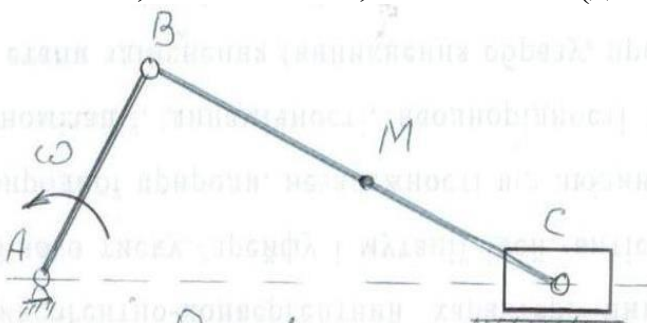
- а)  $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
- б)  $\omega_{AB} = V_B + V_A/AB$ ;
- в)  $\omega_{AB} = a_B * AB$ ;
- г)  $\omega_{AB} = 0$ .

3. Дайте визначення терміну «Ступінчате зубчате зачеплення».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $V_{CP30^\circ} = 17$  м/с при повороті кривошипа на  $\varphi = 30^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t )  $y_{60^\circ} = 52$  мм і  $y_{30^\circ} = 26$  мм:

- а)  $V_{CP60^\circ} = 35$  м/с;
- б)  $V_{CP60^\circ} = 34$  м/с;
- в)  $V_{CP60^\circ} = 45$  м/с;
- г)  $V_{CP60^\circ} = 44$  м/с.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=70$  мм;  $L_{AC}= 140$  мм;  $L_{BM}= 60$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 19.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод жорстких ланок;
- б) метод колових шаблонів;
- в) метод балансованих мас;
- г) метод зрівноважених ланок.

2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки АВ при плоскопаралельному русі ланки визначається по формулі :

- а)  $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
- б)  $\omega_{AB} = V_B /AB$ ;
- в)  $\omega_{AB} = V_{AB}/AB$ ;
- г)  $\omega_{AB} = V_A + V_B /AB$ .

3. Дайте визначення терміну «Рядове зубчате зачеплення».

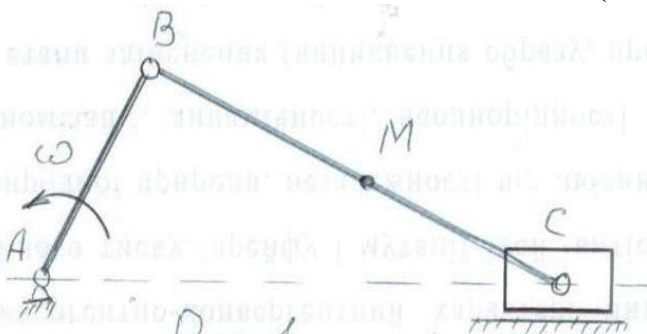
4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при

повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $a_{CP30} = 30 \text{ м/с}^2$  при повороті

кривошипу на  $\varphi = 30^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$ )  $y_{60} = 42 \text{ мм}$  і  $y_{30} = 84 \text{ мм}$ :

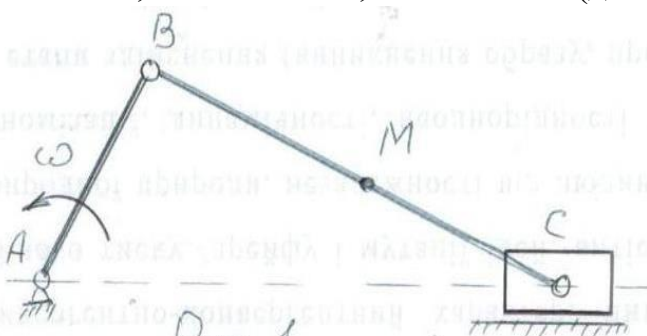
- а)  $a_{CP60} = 14 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{CP60} = 13 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{CP60} = 15 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{CP60} = 16 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 100 \text{ мм}$ ;  $L_{AC} = 300 \text{ мм}$ ;  $L_{BM} = L_{BC}/2$ . (див. рис.1)



## Варіант № 20.

- Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:
  - метод Жуковського;
  - метод Ассура;
  - метод кінетостатики;
  - метод векторної алгебри.
- Кутове прискорення  $\epsilon_{AB}$  ланки АВ при поступальному русі ланки визначається по формулі :
  - $\epsilon_{AB} = a_A^2/AB$ ;
  - $\epsilon_{AB} = 0$  ;
  - $\epsilon_{AB} = a_B /AB$ ;
  - $\epsilon_{AB} = a_B+a_A/AB$ .
- Дайте визначення терміну «Кінематична діаграма».
- Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $a_{CP30^0} = 30 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 90^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$  )  $y_{60^0} = 42\text{мм}$  і  $y_{30^0} = 21 \text{ мм}$ :
  - $a_{CP60^0} = 70 \text{ м/с}^2$ ;
  - $a_{CP60^0} = 65 \text{ м/с}^2$ ;
  - $a_{CP60^0} = 60 \text{ м/с}^2$ ;
  - $a_{CP60^0} = 50 \text{ м/с}^2$ .
- Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=35 \text{ мм}$ ;  $L_{AC}= 140 \text{ мм}$ ;  $L_{BM}= L_{BC}/2$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 21.

1. Завданням кінематичного аналізу механізмів є:

- а) визначення сил, діючих на ланку механізму;
- б) визначення траєкторій руху його точок;
- в) визначення складу механізму;
- г) визначення реакцій в шарнірах.

2. Абсолютна швидкість  $V_B$  любой точки (B) ланки (AB) яка рухається поступально \* визначається (якщо відома  $V_A$  цієї ж ланки) :

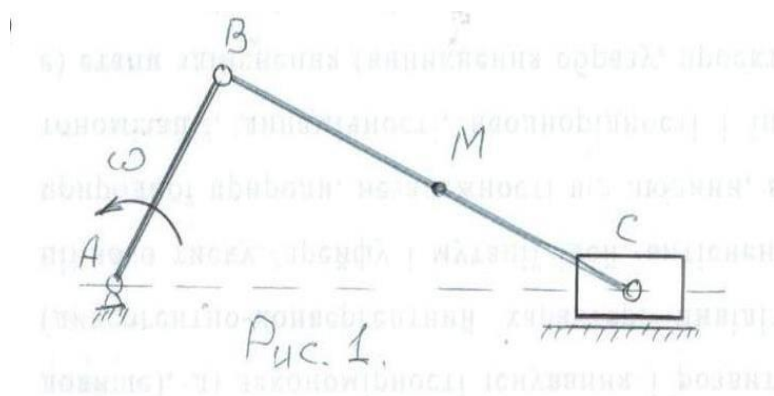
- а)  $V_B = V_A$ ;
- б)  $V_B = V_A + V_{AB}$ ;
- в)  $V_B = \omega * AB$ ;
- г)  $V_B = \omega * AB/2$ .

3. Дайте визначення терміну «Властивість плану швидкостей».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 30^\circ$ , якщо  $V_{CP} = 15$  м/с при повороті кривошипа на  $\varphi = 150^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t)  $y_{30}^0 = 15$  мм і  $y_{150}^0 = 100$  мм:

- а)  $V_{CP30} = 8,75$  м/с;
- б)  $V_{CP30} = 2,25$  м/с;
- в)  $V_{CP30} = 1,0$  м/с;
- г)  $V_{CP30} = 9,75$  м/с.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка M кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 30$  мм;  $L_{AC} = 140$  мм;  $L_{BM} = 100$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 22.

1. Завданням кінематичного аналізу механізмів є:

- а) визначення реакцій в шарнірах;
- б) визначення складу механізму;
- в) визначення сил, діючих на ланку механізму;
- г) визначення положень ланок за період руху.

2. Абсолютна швидкість  $V_B$  будь-якої точки (B) ланки (AB) яка рухається поступально \* визначається (якщо відома  $V_A$  цієї ж ланки) :

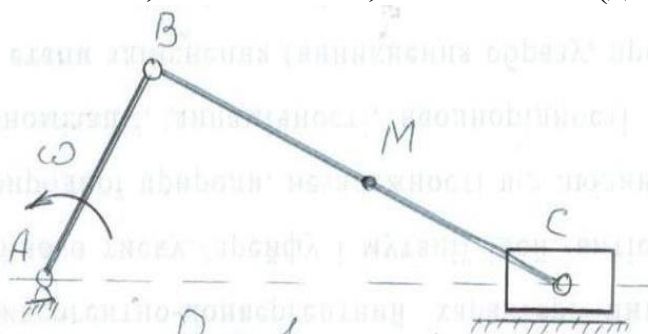
- а)  $V_B = W * AB$ ;
- б)  $V_B = V_A + V_{AB}$  ;
- в)  $V_B = V_A$ ;
- г)  $V_B = W * h$ .

3. Дайте визначення терміну «Траєкторія руху точки».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\Phi = 60^\circ$  , якщо  $V_{CP120} = 30$  м/с при повороті кривошипа на  $\Phi = 120^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t )  $y_{0^\circ} = 120$  мм і  $y_{120^\circ} = 80$  мм:

- а)  $V_{CP60} = 45$  м/с;
- б)  $V_{CP60} = 55$  м/с;
- в)  $V_{CP60} = 35$  м/с;
- г)  $V_{CP60} = 40$  м/с.

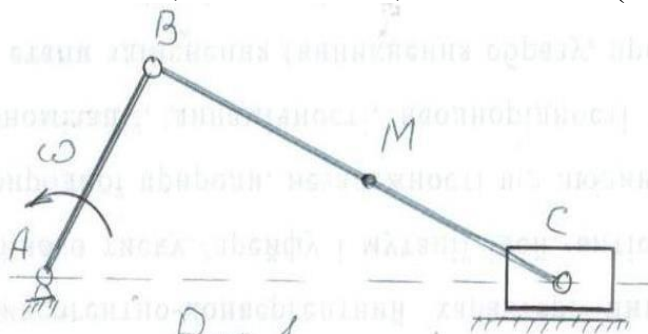
5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка M кривошипно-повзунного механізму Дано:  $L_{AB} = 50$  мм;  $L_{AC} = 150$  мм;  $L_{BM} = 75$  мм. (див. рис. 1)



Підпис студента

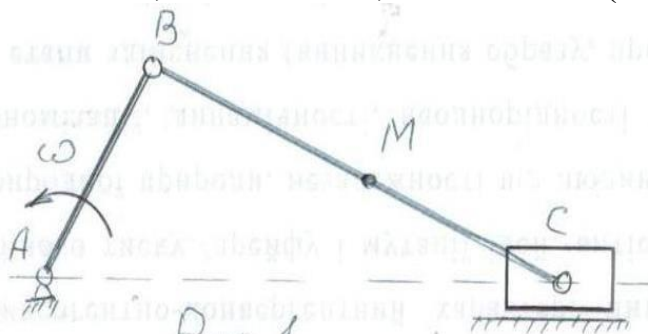
## Варіант № 23.

- Завданням кінематичного аналізу механізмів є:
  - визначення кутових швидкостей і прискорень;
  - визначення кількості рухомих ланок;
  - визначення кількості шарнірних пар;
  - визначення сил, діючих на ланки визначення складу механізму.
- Абсолютна швидкість  $V_B$  будь-якої точки (B) ланки (AB) яка рухається поступально \* визначається (якщо відома  $V_A$  цієї ж ланки) :
  - $V_B = V_A + V_{AB}$ ;
  - $V_B = V_A - V_{AB}$ ;
  - $V_B = V_A$ ;
  - $V_B = \omega * AB$ .
- Дайте визначення терміну «Шатунна крива».
- Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $V_{CP210} = 21$  м/с при повороті кривошипа на  $\varphi = 210^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t) у  $\varphi_0 = 75^\circ$  і  $y_0 = 37$  мм:
  - $V_{CP60} = 52,5$  м/с;
  - $V_{CP60} = 40,3$  м/с;
  - $V_{CP60} = 42,6$  м/с;
  - $V_{CP60} = 32,6$  м/с.
- Побудуйте шатунну криву, яку описує точка M кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 100$  мм;  $L_{AC} = 300$  мм;  $L_{BM} = L_{BC}/2$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 24.

1. Завданням кінематичного аналізу механізмів є:
  - а) визначення реакцій в шарнірах;
  - б) визначення колових швидкостей і прискорень;
  - в) визначення сил, діючих на ланки ;
  - г) визначення складу механізму.
2. Абсолютне прискорення  $a_B$  будь-якої точки В ланки АВ, яка рухається поступально \* визначається (якщо відома  $a_A$  ланки) :
  - а)  $a_B = a_A + a_{AB}$ ;
  - б)  $a_B = a_A * 10$ ;
  - в)  $a_B = a_A$ ;
  - г)  $a_B = a_A - a_{AB}$ .
3. Дайте визначення терміну «Хід повзуна».
4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\Phi = 60^\circ$  , якщо  $V_{CP330^\circ} = 12$  м/с при повороті кривошипа на  $\Phi = 330^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t )  $y_{60^\circ} = 42$  мм і  $y_{330^\circ} = 15$  мм:
  - а)  $V_{CP60^\circ} = 23,6$  м/с;
  - б)  $V_{CP60^\circ} = 43,6$  м/с;
  - в)  $V_{CP60^\circ} = 30,6$  м/с;
  - г)  $V_{CP60^\circ} = 33,6$  м/с.
5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 40$  мм;  $L_{AC} = 200$  мм;  $L_{BM} = 30$  мм. (див. рис. 1)



## Варіант № 25.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод засічок;
- б) метод колових шаблонів;
- в) метод рисок;
- г) метод спряжень.

2. Абсолютне прискорення  $a_B$  будь-якої точки В ланки АВ, яка рухається обертально \* визначається (якщо відома  $a_A$  ланки) :

- а)  $a_B = a_{nB} + a_{tB}$ ;
- б)  $a_B = a_A$ ;
- в)  $a_B = a_A + a_{nAB} + a_{tAB}$ ;
- г)  $a_B = a_A - a_{AB}$ .

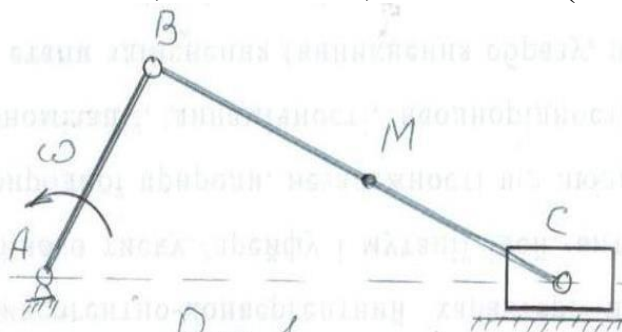
3. Дайте визначення терміну «Властивість плану прискорень».

4. Чому дорівнює середня швидкість ( $V_{CP}$ ) повзуна кривошипного механізму при повороті кривошипа на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $V_{CP120^\circ} = 44$  м/с при повороті

кривошипа на  $\varphi = 120^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі V-t)  $y_{50^\circ} = 52$  мм і  $y_{0^\circ} = 68$  мм:

- а)  $V_{CP60^\circ} = 33,6$  м/с;
- б)  $V_{CP60^\circ} = 23,6$  м/с;
- в)  $V_{CP60^\circ} = 43,6$  м/с;
- г)  $V_{CP60^\circ} = 30,6$  м/с.

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 55$  мм;  $L_{AC} = 110$  мм;  $L_{BM} = L_{BC}$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 26.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод Фрейда;
- б) метод Чебишева;
- в) метод визначення траєкторій руху;
- г) метод зрівноваження обертових мас.

2. Кутове прискорення  $\epsilon_{AB}$  ланки АВ при поступальному русі ланки визначається по формулі :

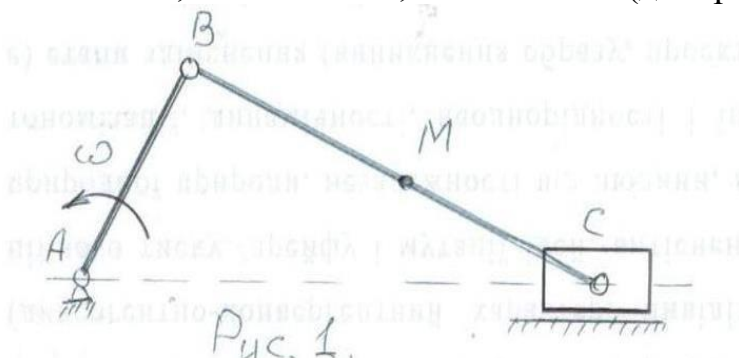
- а)  $\epsilon_{AB} = a_{n_{AB}}/AB$ ;
- б)  $\epsilon_{AB} = a_{i_{AB}}/AB$  ;
- в)  $\epsilon_{AB} = a_A - a_B / AB$ ;
- г)  $\epsilon_{AB} = a_A + a_B / AB$ .

3. Дайте визначення терміну «Мертве положення механізму».

4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $a_{CP180^\circ} = 90 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 180^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$  )  $y_{60^\circ} = 42 \text{ мм}$  і  $y_{180^\circ} = 52 \text{ мм}$ :

- а)  $a_{CP60^\circ} = 73 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{CP60^\circ} = 63 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{CP60^\circ} = 53 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{CP60^\circ} = 83 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 50 \text{ мм}$ ;  $L_{AC} = 300 \text{ мм}$ ;  $L_{BM} = 100 \text{ мм}$  (див. рис. 1)



## Варіант № 27.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод похідних;
- б) метод аналітичного інтегрування;
- в) метод графічного диференціювання;
- г) метод констант.

2. Кутове прискорення  $\epsilon_{AB}$  ланки АВ при обертальному русі ланки визначається по формулі :

- а)  $\epsilon_{AB} = a_{\tau B}/AB$ ;
- б)  $\epsilon_{AB} = a^2_{nB}/AB$ ;
- в)  $\epsilon_{AB} = a_A - a_B / AB$ ;
- г)  $\epsilon_{AB} = a_A + a_B / AB$ .

3. Дайте визначення терміну «Теорема подібності».

4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $a_{CP210^0} = 20 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 210^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$ )

$y_{60^0} = 42 \text{ мм}$  і  $y_{210^0} = 20 \text{ мм}$ :

- а)  $a_{CP60^0} = 45 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{CP60^0} = 40 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{CP60^0} = 52 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{CP60^0} = 42 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=40 \text{ мм}$ ;  $L_{AC}=140 \text{ мм}$ ;  $L_{BM}=40 \text{ мм}$ . (див. рис.1)



Рис. 1.

## Варіант № 28.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод кінематичних діаграм;
- б) метод Жуковського;
- в) метод Артоблевського;
- г) метод Чебишева.

2. Абсолютне прискорення  $a_B$  будь-якої точки В ланки АВ, яка рухається плоскопаралельно \* визначається (якщо відома  $a_A$  ланки) :

- а)  $\bar{a}_B = \bar{a}_A$  ;
- б)  $\bar{a}_B = \bar{a}_{nA} + \bar{a}_{\tau A}$ ;
- в)  $\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{nAB} + \bar{a}_{\tau AB}$ ;
- г)  $a_B = \bar{a}_{nA} + \bar{a}_{\tau A} - \bar{a}_{nAB} + \bar{a}_{\tau AB}$ .

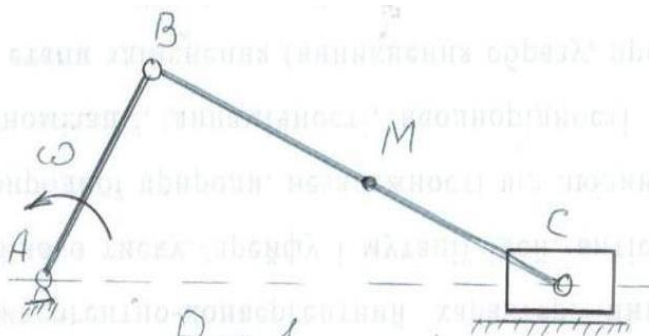
3. Дайте визначення терміну «Теорема пропорційності».

4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $a_{CP360^\circ} = 150 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 360^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$  )

$y_{60^\circ} = 42 \text{ мм}$  і  $y_{360^\circ} = 95 \text{ мм}$ :

- а)  $a_{CP60^\circ} = 60,3 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{CP60^\circ} = 66,3 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{CP60^\circ} = 55,3 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{CP60^\circ} = 59,3 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB} = 45 \text{ мм}$ ;  $L_{AC} = 145 \text{ мм}$ ;  $L_{BM} = 50 \text{ мм}$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 29.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод Верещагіна;
- б) метод кінетостатики;
- в) метод Мора;
- г) метод планів (графо-аналітичний).

2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки АВ при поступальному русі ланки визначається по формулі :

- а)  $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
- б)  $\omega_{AB} = V_B/AB$ ;
- в)  $\omega_{AB} = 0$ ;
- г)  $\omega_{AB} = V_{A+} V_{AB} / AB$ .

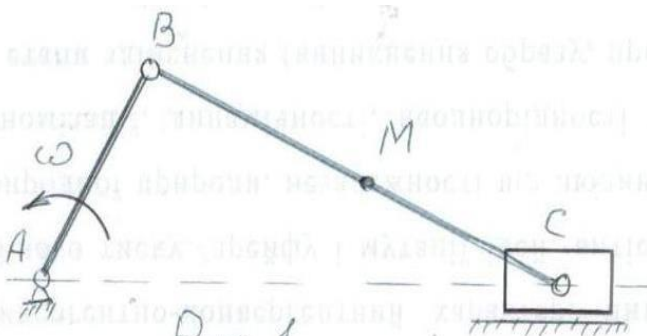
3. Дайте визначення терміну «Масштаб кінематичної діаграми».

4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$  , якщо  $a_{CP150^\circ} = 34 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 150^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі  $a-t$  )

$y_{60^\circ} = 54 \text{ мм}$  і  $y_{150^\circ} = 20 \text{ мм}$ :

- а)  $a_{CP60^\circ} = 92 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{CP60^\circ} = 82 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{CP60^\circ} = 102 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{CP60^\circ} = 100 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка М кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=60 \text{ мм}$ ;  $L_{AC}=120 \text{ мм}$ ;  $L_{BM}=L_{BC}/3$ . (див. рис. 1)



## Варіант № 30.

1. Який із перелічених методів відноситься до кінематичного аналізу механізмів:

- а) метод аналітичного інтегрування похідних;
- б) метод графічного інтегрування;
- в) метод аналітичного диференціювання;
- г) метод Верещагіна.

2. Кутова швидкість  $\omega_{AB}$  ланки AB при обертовому русі ланки визначається по формулі :

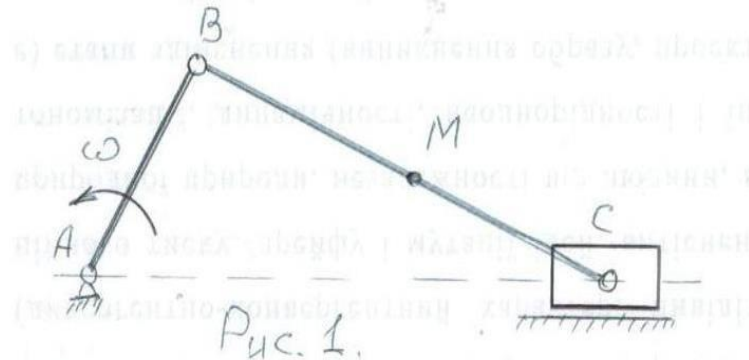
- а)  $\omega_{AB} = V_A/AB$ ;
- б)  $\omega_{AB} = V_B + V_A/AB$ ;
- в)  $\omega_{AB} = a_B * AB$ ;
- г)  $\omega_{AB} = 0$ .

3. Дайте визначення терміну «Миттєве положення механізму».

4. Чому дорівнює середнє прискорення кривошипного механізму при повороті кривошипу на  $\varphi = 60^\circ$ , якщо  $a_{CP330}^0 = 138 \text{ м/с}^2$  при повороті кривошипу на  $\varphi = 330^\circ$  (відповідні ординати на діаграмі a-t)  
 $y_{60}^0 = 58 \text{ мм}$  і  $y_{330}^0 = 100 \text{ мм}$ :

- а)  $a_{CP60}^0 = 80 \text{ м/с}^2$ ;
- б)  $a_{CP60}^0 = 90 \text{ м/с}^2$ ;
- в)  $a_{CP60}^0 = 70 \text{ м/с}^2$ ;
- г)  $a_{CP60}^0 = 73,5 \text{ м/с}^2$ .

5. Побудуйте шатунну криву, яку описує точка M кривошипно-повзунного механізму. Дано:  $L_{AB}=35 \text{ мм}$ ;  $L_{AC}=105 \text{ мм}$ ;  $L_{BM}= L_{BC}/2$ . (див. рис.1)



## Рекомендована література

1. Бабенко Д. В., Доценко Н. А., Горбенко О. А. Теорія механізмів і машин: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навч. посіб. Миколаїв : МНАУ, 2019. 168 с.
2. Березін Л.М. Теоретична механіка. Частина 1. Статика, кінематика: навч. посіб. К.: Університет "Україна", 2021. 142 с.
3. Булгаков В.М, Яременко В.В., Черниш О.М., Березовий М.Г. Теоретична механіка : підручник. Київ : ЦУЛ, 2021. 640 с.
4. Веретільник Т.І., Мисник Л.Д. Теоретична механіка. Кінематика. Конспект лекцій для здобувачів освітнього рівня “бакалавр” з технічних спеціальностей усіх форм навчання. Черкаси: ЧДТУ, 2018. 81 с.
5. Гречко Л.П., Перегон В.А. Розширений конспект лекцій з теорії механізмів і машин. Харків: ХНАДУ, 2023. 440 с.
6. Кінематика. [Електронний ресурс] - [URL:https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%96%D0%BD%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%96%D0%BD%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0) (дата звернення 28.08.2025р).
7. Мацюк І.М. Шляхов Е.М. Аналіз плоского важільного механізму. Методичні вказівки до виконання домашнього завдання з ТММ для студентів, що навчаються за освітньою програмою «Промислова естетика і сертифікація виробничого обладнання» спеціальності 132 «Матеріалознавство». Дніпро. : НТУ «ДП», 2019. 40 с.
8. Міщенко, І. В., Воропай О. В., Красніков С. В. Теоретична механіка Ч. І. Статика. Кінематика: навч. посіб. Харків. нац. автомоб.-дор. ун-т. Харків: ФОП Бровін О. В., 2025. 158 с.
9. Освітня (освітньо-професійна) програма «Професійна освіта (транспорт)», за спеціальністю 015 «Професійна освіта (за спеціалізаціями)» галузі знань 01 «Освіта / Педагогіка» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти. [Електронний ресурс]: перший (бакалаврський) рівень вищої освіти / Державний вищий навчальний заклад «Донбаський державний педагогічний

університет» - URL: <https://ddpu.edu.ua/index.php/osvitno-profesiini-prohramy>  
(дата звернення 28.08.2025р).

**10.** Свідерський В. П., Прасок О. Г. Теоретична механіка. Конспект лекцій для студентів напряму підготовки "Видавничо-поліграфічна справа" усіх форм навчання. Харків: Вид. ХНЕУ, 2008. 111 с.

**11.** Чоста Н. В. Теорія механізмів і машин : методичні вказівки для самостійної підготовки до екзамену з дисципліни «Теорія механізмів і машин» для студентів технічних спеціальностей заочної форми навчання. Краматорськ : ДДМА, 2019. 29 с.

**12.** Штанько П.К., Шевченко В.Г., Омельченко О.С., Дзюба Л.Ф., Пасіка В.Р., Поляков О.М. Теоретична механіка : навч. посіб. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка». 2021. 464 с.